Structure et géométrie 3D

Bruno Vallet
IGN/UMR LASTIG

Master TSI

I - Introduction

Introduction

Le monde qui nous entoure est (localement et en première approximation) tridimensionnel

Comment travailler sur cette réalité tridimensionnelle avec des outils numériques ?

Comment représenter de la géométrie 3D d’un point de vue numérique ?

Comment traiter ces données ?

Plan

I Introduction

II Représenter la 3D

III Créer la 3D

IV Traiter la 3D

V Conclusion

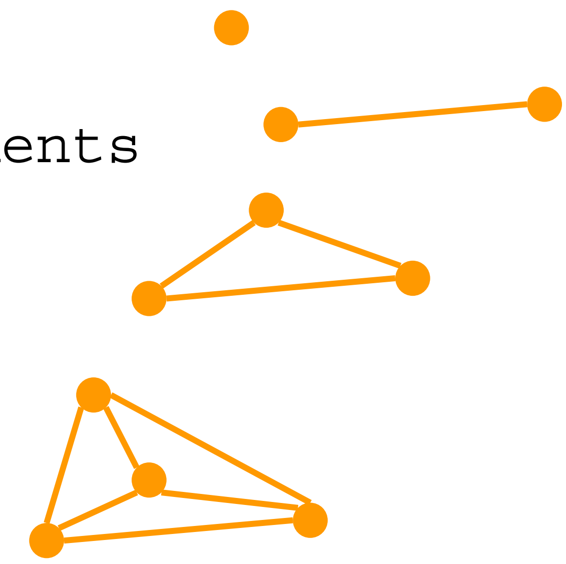
II - Représenter la 3D

Il existe de multiples façons de représenter des entités géométriques en 3D

- Complexes simpliciaux
- 2.5D
- Structures de décomposition volumique
- Surfaces implicites
- Primitives
- Combinaison de solides (CSG)

Un d-simplexe est l'enveloppe convexe de d+1 points en n>=d dimensions

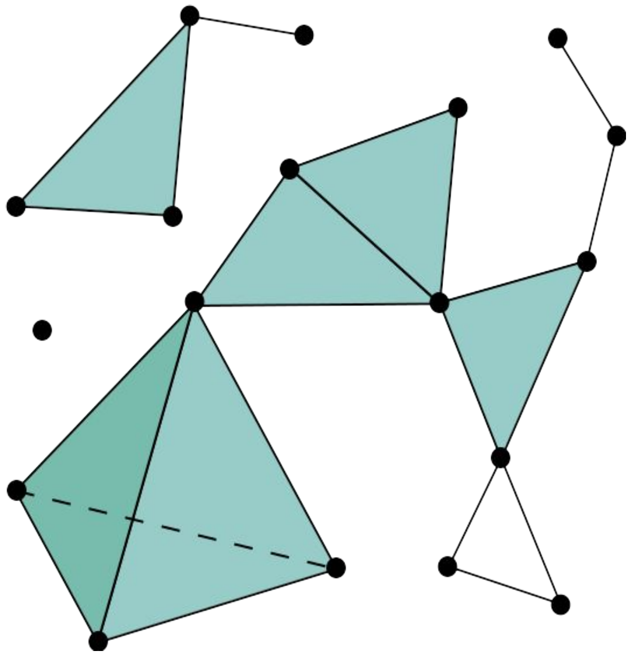
- 0-simplexes = Points
- 1-simplexes = arêtes/segments
- 2-simplexes = triangles
- 3-simplexes = tétraèdres



- Représentation "linéaire" de la géométrie 2D/3D
- La plus utilisée en pratique

En pratique on cherche à représenter des objets continus et pas des nuages de simplexes. On les structure en complexes simpliciaux:

- Toute face d'un simplexe du complexe appartient au complexe
- L'intersection de deux simplexes est soit vide, soit une face commune des deux simplexes



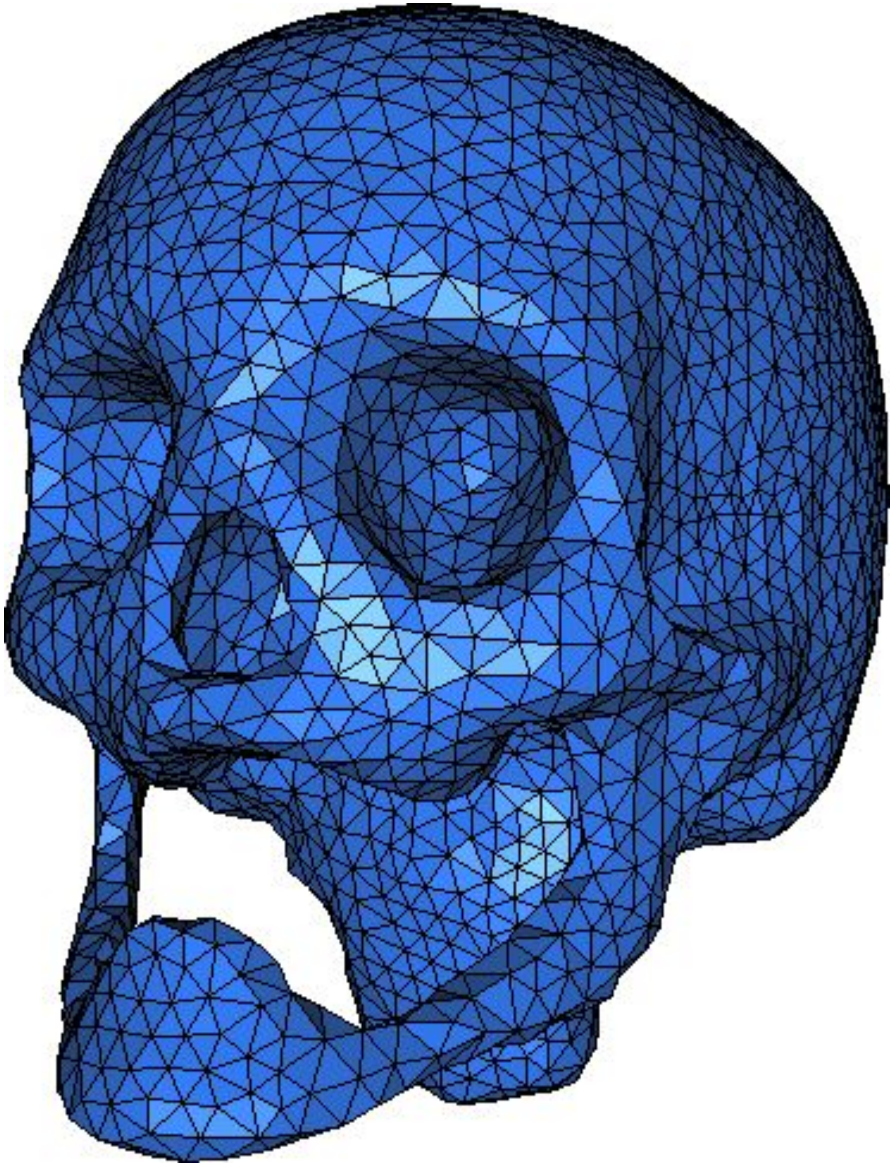
Cas particuliers pratique

- Nuages de points: que des 0-simplexes
- Lignes brisées: que des 1-simplexes et leurs faces
- Maillages triangulés: que des 2-simplexes et leurs faces
- Maillages tétraédriques: que des 3-simplexes et leurs faces
- Variété: Un d-simplexe est la face de deux d+1-simplices au maximum

Géométrie et topologie

- Un complexe simplicial est défini par:
- Sa géométrie = ses 0-simplexes = vertices = points de coordonnées (x,y,z)
- Sa topologie = construction de ses d+1-simplexes à partir de ses d-simplexes

Surface triangulée:



Représentation:

- Liste des coordonnées (x,y,z) des sommets
- Liste des triplets (i,j,k) d'indices de sommets

- Ex: format .ply

Half-edges = représentation

- Plus pratique
- Moins compacte

de la topologie que les triplets d’indices

La structure repose sur 3 objets topologiques:

- Les vertices
- Les faces
- Les half-edges

et leurs relations d’adjacence

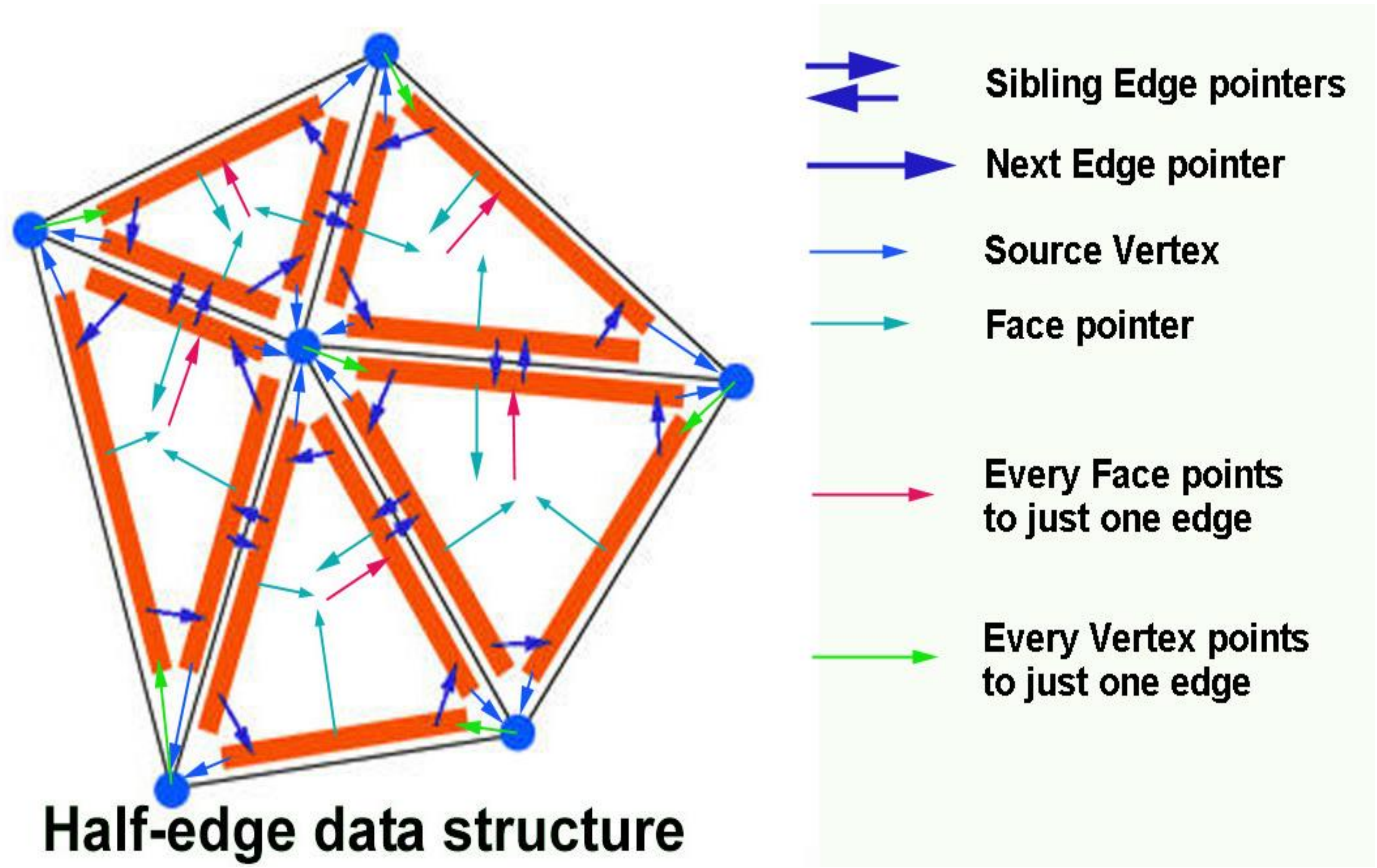
Adjacences

- Face <-> Half-edge
- Vertex <-> Half-edge
- Half-edge -> Half-edge suivant
- Half-edge -> Half-edge opposé

Permet de répondre en temps constant à toutes les questions topologiques:

- Pour un vertex: ses points/arêtes/faces voisines
- Pour une arête: ses faces incidentes et les vertices qui la définissent
- Pour une face: ses points, arêtes et faces incidentes

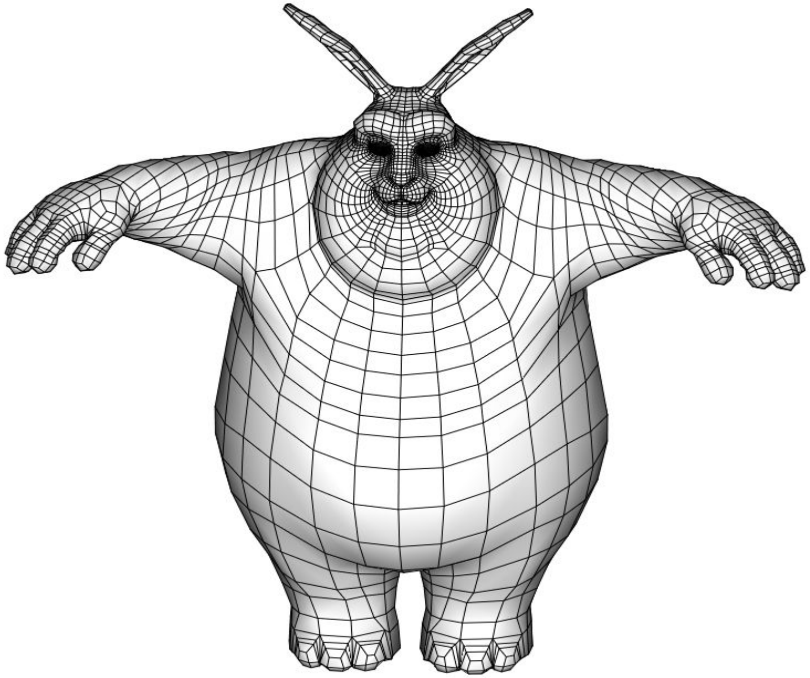
Complexes simpliciaux: Halfedges

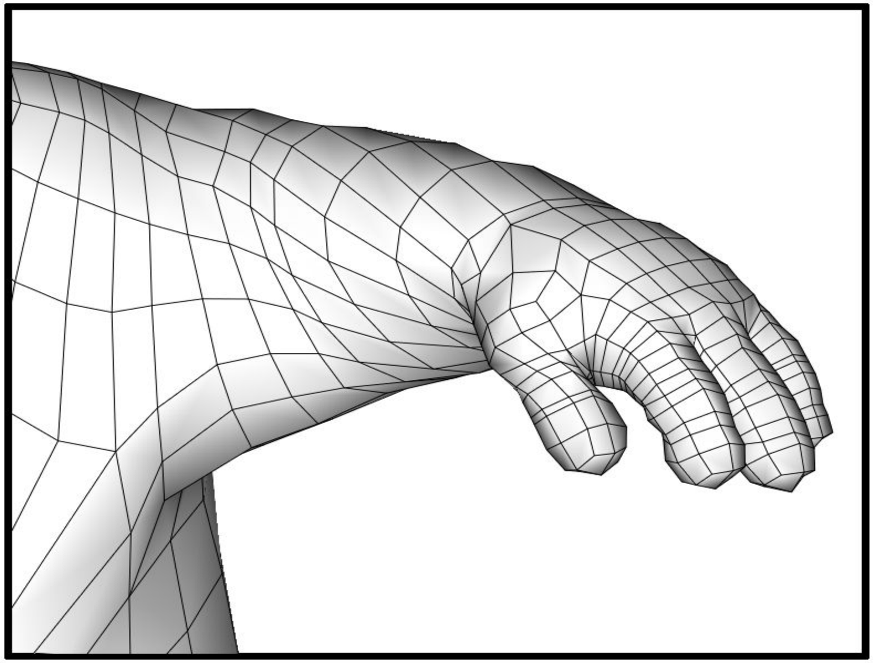


Maillages hétérogènes

On peut autoriser des faces qui ne soient pas des triangles mais des quadrilatères (voire plus)

- Ce ne sont plus des complexes simpliciaux
- La géométrie de chaque face n'est plus bien définie si les sommets ne sont pas coplanaires
- Les maillages quads sont très utilisés en pratique (permet une structure plus régulière)

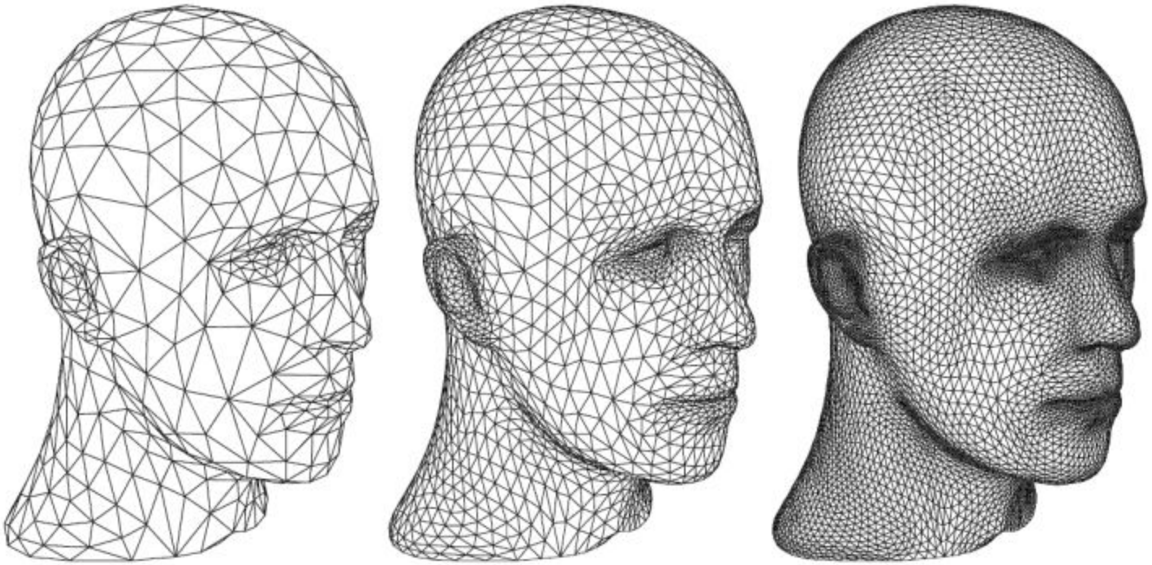


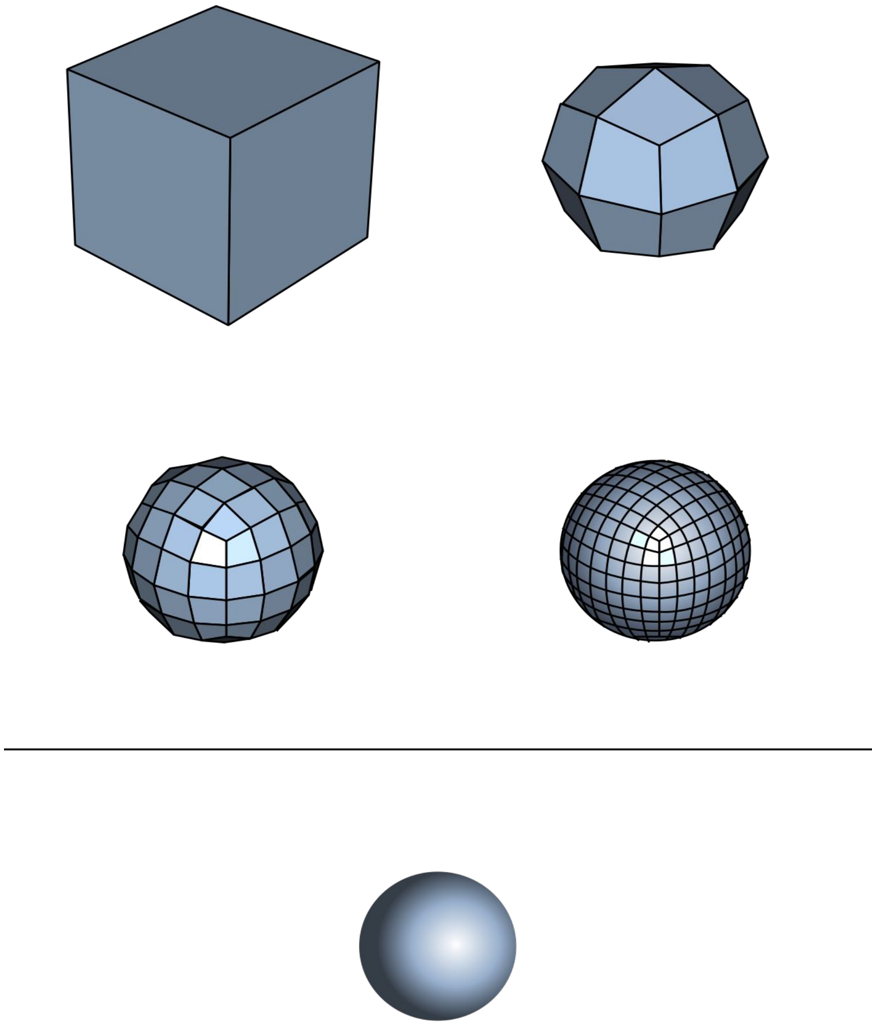


Surfaces de subdivision

Un maillage n'est pas lisse. On peut définir des schémas de subdivision récursifs pour tendre vers plus de régularité

- Ex: Catmull-Clarke





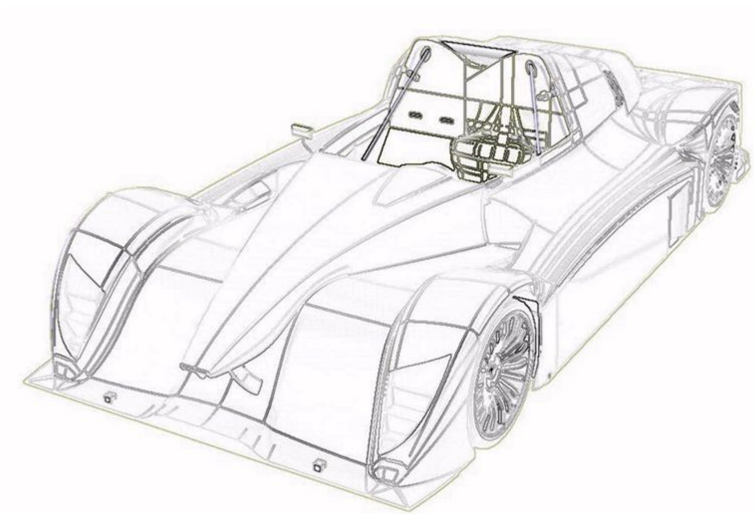
On peut aussi définir des faces et arêtes courbes:

Arêtes:

- coniques (ellipses, …)
- Splines

Faces:

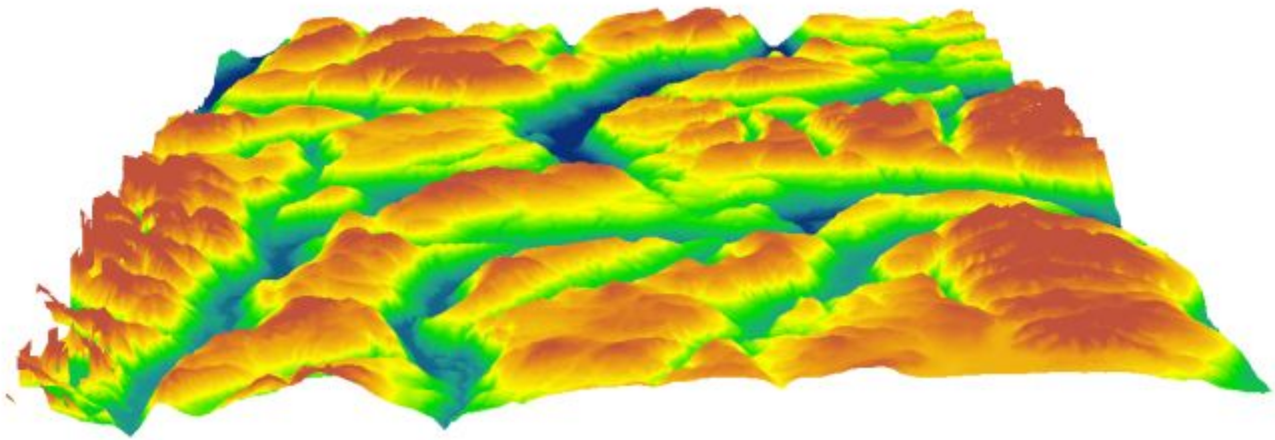
- Quadriques (cylindres, cônes, ellipsoïdes, …)
- Splines
- En gardant la même structure topologique qu'un complexe simplicial
- On parle alors de Boundary representation (BREP)

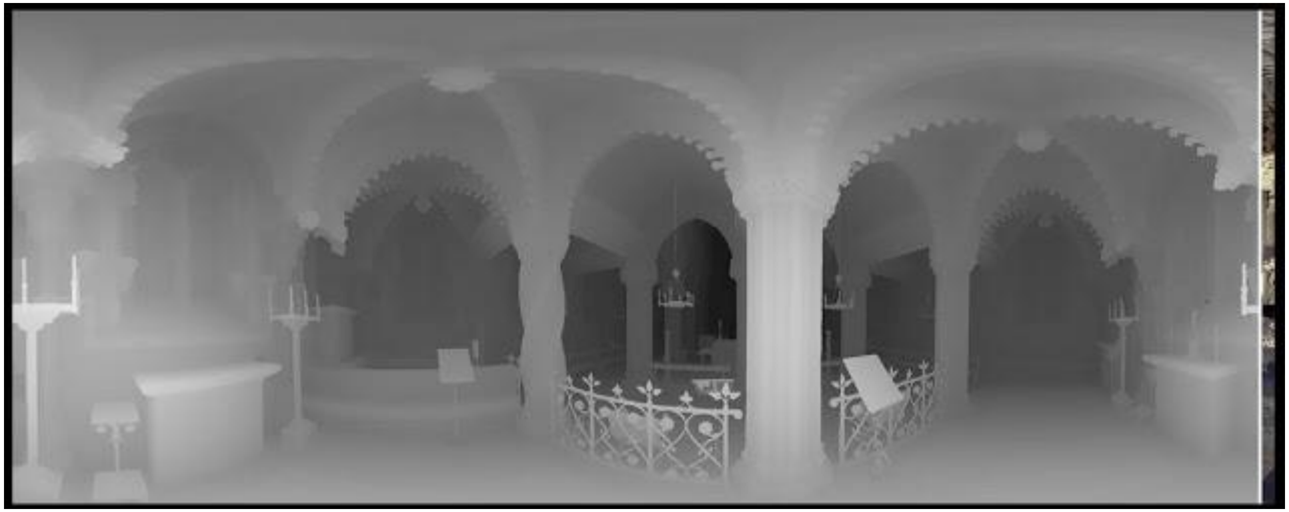


2.5D

- 2.5D: nom (abusif) donné à la représentation d'une surface géométrique sous la forme $z=f(x,y)$
- f est en général discrétisée sur une grille régulière 2D (image)
- Très limitant hors cas particuliers aérien/satellitaire
- Pourtant majoritairement utilisé en information géographique
- Mais atteint ses limites avec les nouveaux capteurs:
  - Aérien oblique
  - Drone
  - Cartographie mobile

2.5D



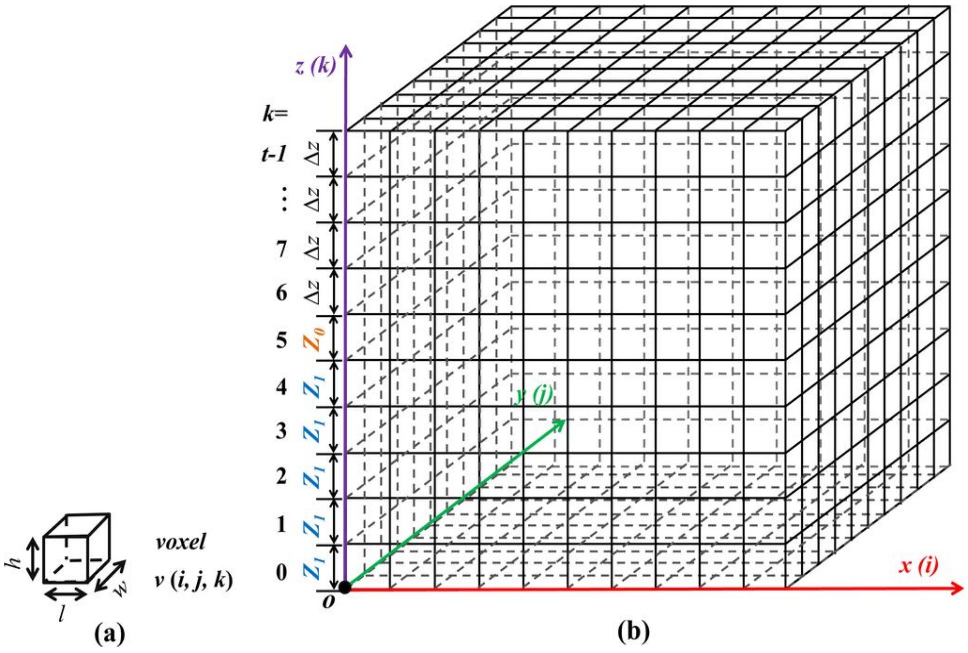


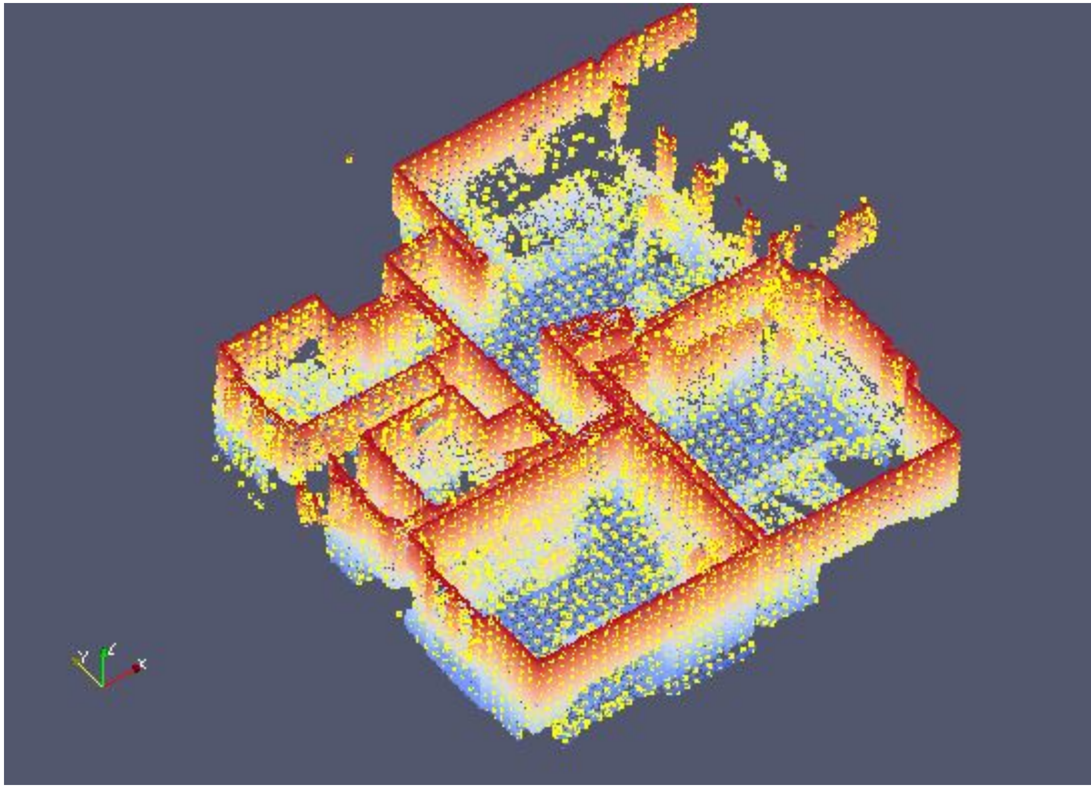
Structures volumiques

- Grilles de Voxels: découpage en grille régulière = généralisation de la notion d'image en 3D (Pixels→ Voxels)
- BSP-trees
  - Octrees
  - Kd-trees
- Application:
  - Représentation géométrique: la structure est utilisée pour décrire les zones vides ou pleines de l'espace.
  - Structure d'accélération de requêtes géométriques: quels sont les objets géométriques dans la donnée qui intersectent une forme donnée ?

Découpage de l'espace en grille régulière

- Peu utilisé comme produit final mais souvent dans des traitements
- Pose des problèmes de mémoire sur des scènes/objets grands et détaillés.





Arbres géométriques

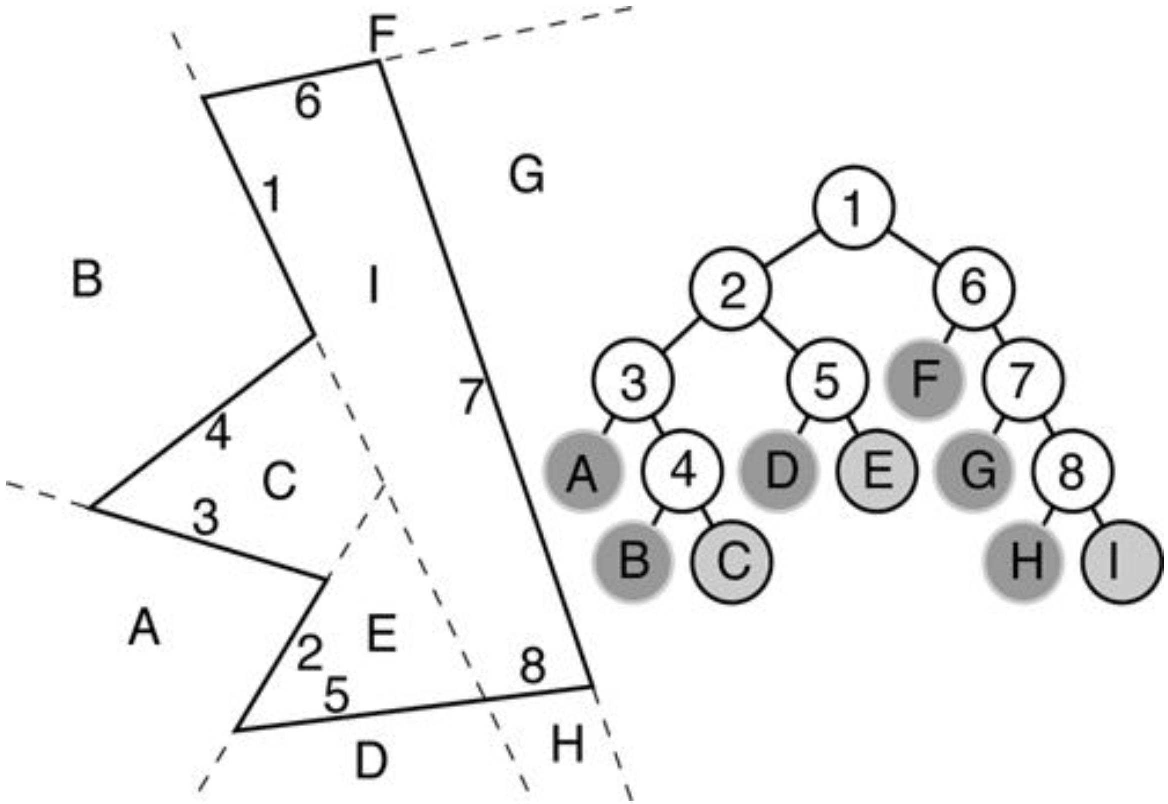
- On part d'une boîte englobante = zone d'intérêt/de travail = noeud racine de l'arbre
- Un noeud de l'arbre correspond à une région de l'espace
- Les sous-noeuds d'un nœud correspondent à des régions plus petites qui partitionnent cette région.
- Un critère d'arrêt permet de décider si un nœud doit être redécoupé.
- Les sous-méthodes se distinguent par la façon de subdiviser l'espace = de choisir le plan de partition

Arbres géométriques

- Le critère dépends de l'application:
  - Représentation géométrique: comme pour les voxels, une feuille peut être vide ou pleine. Critère = est-ce que le volume représentée est une bonne approximation de la géométrie
  - Structure d'accélération de requêtes géométriques: les noeuds contiennent des objets géométriques (typiquement des points) Critère = nombre d'objets dans chaque cellule

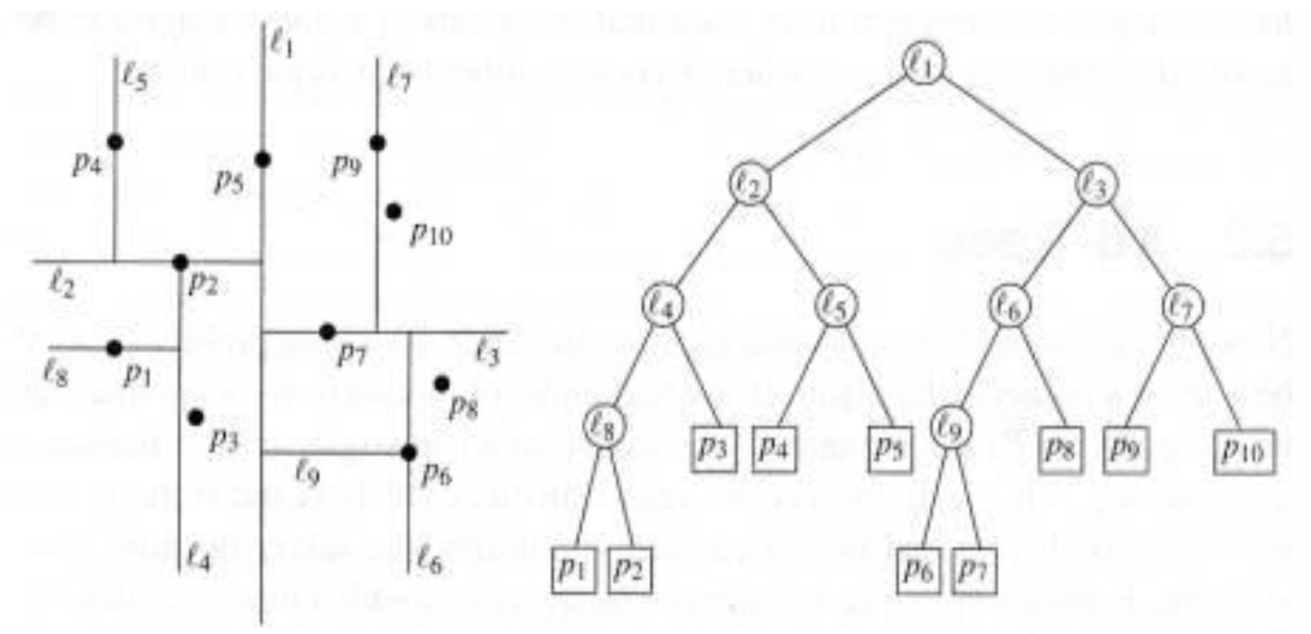
BSP-trees

- Partitionnement = découper en 2 sous régions par un plan quelconque



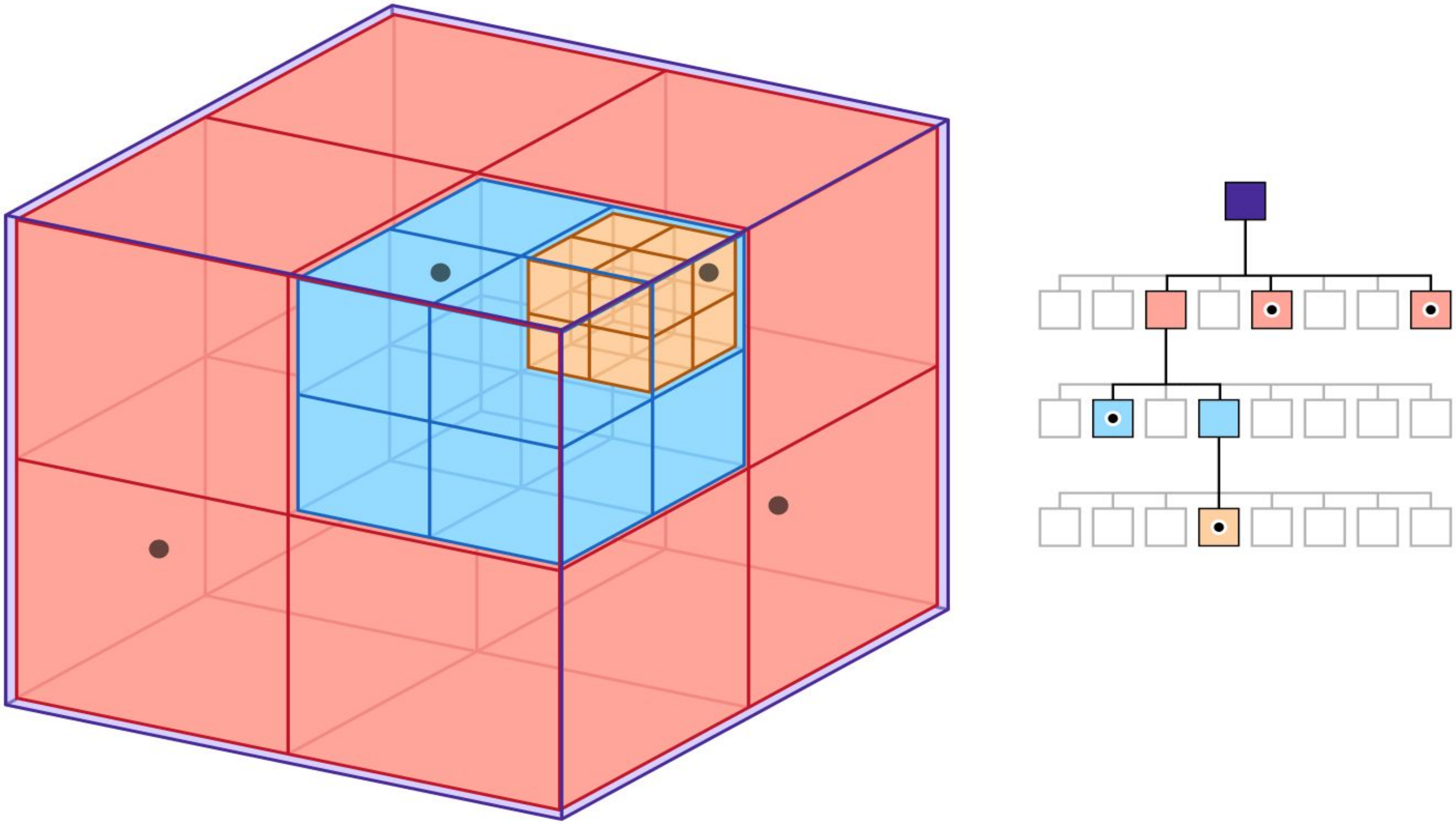
kd-tree

- Le découpage de chaque cellule se fait par un plan aligné avec les axes
- Construction et requêtes plus simples que dans le cas général du BSP
- Moins flexible donc potentiellement un arbre plus profond pour le même critère



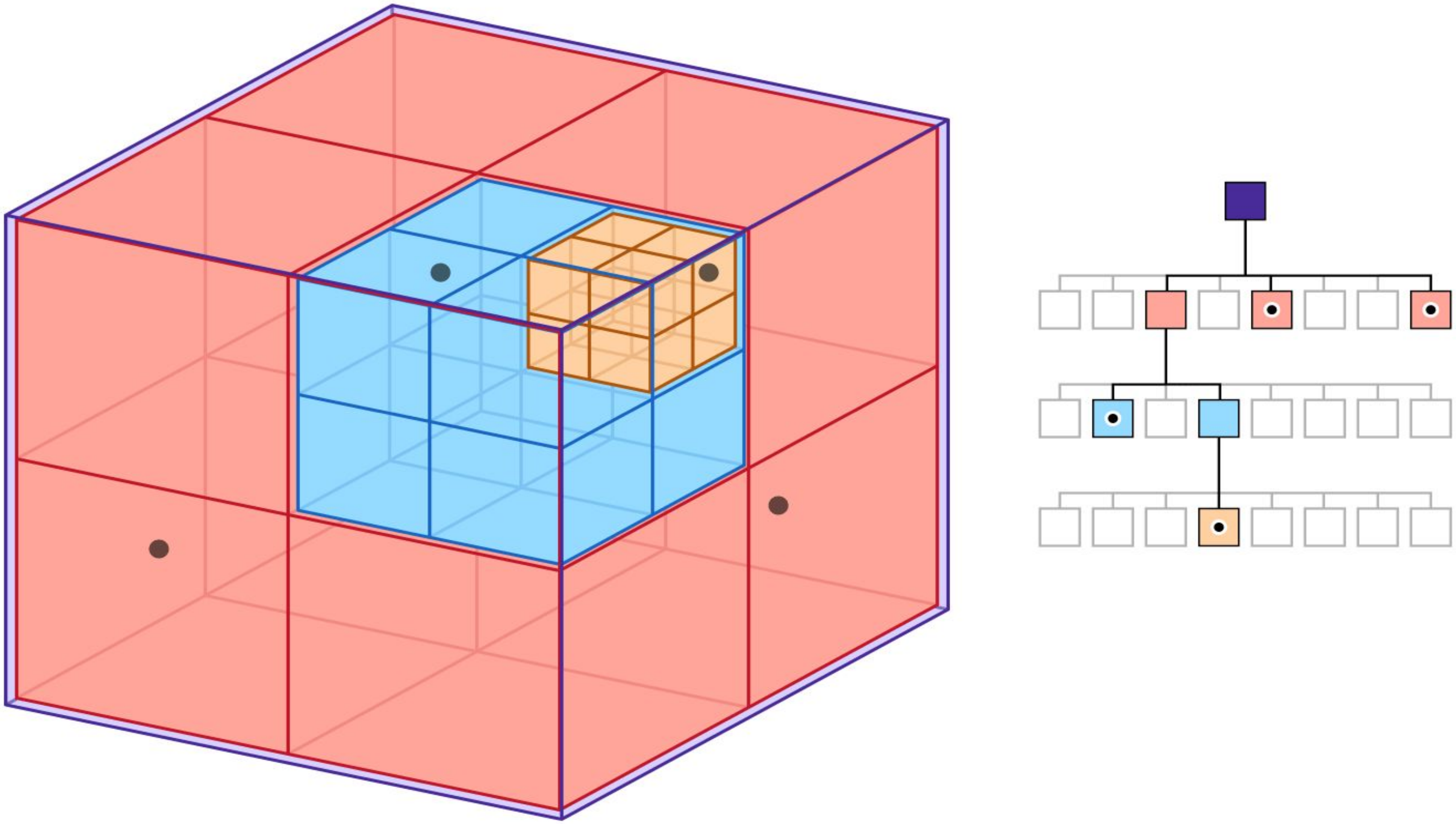
Octree

- Cas particulier du kd-tree:
  - Chaque région est subdivisée en 8 sous régions en coupant en 2 (au milieu) le long des 3 axes
  - Un nœud a donc 8 enfants et non 2.



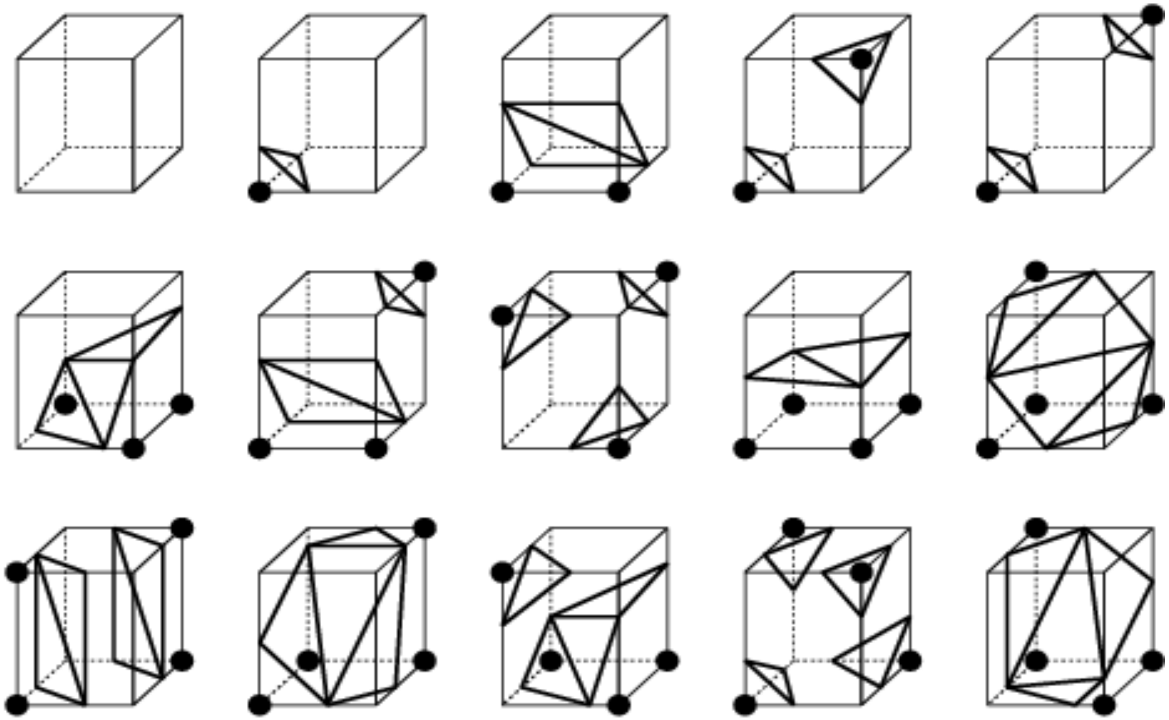
Octree

- Avantage: Très simple et bien adapté à la représentation numérique (puissances de 2)
- Inconvénient: Moins bien adapté et moins efficace sur des données irrégulières.



Surface implicite:

- Définie par des valeurs (>0=extérieur, <0=intérieur) sur une grille régulière ou hiérarchique (kD-tree, octree, …)
- Algorithme de contouring pour extraire l'isosurface 0.



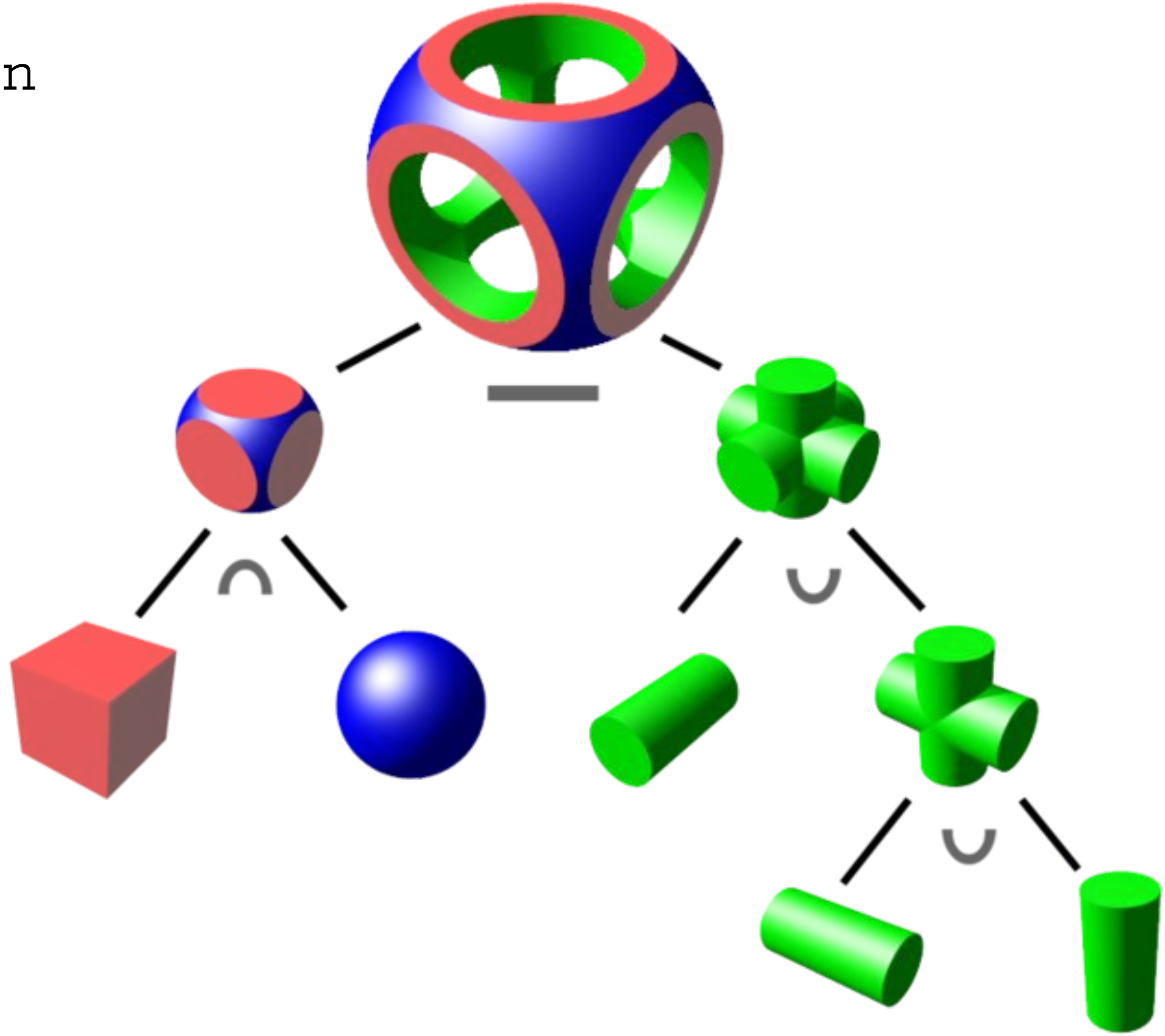
Primitives

Les primitives sont des formes mathématiques simples:

- Sphères
- Cônes
- Cylindres
- Ellipsoïdes
- …
- Peu utilisées pour créer des surfaces car compliquées à raccorder, mais utilisées en combinaison volumique

Créer simplement des surfaces étanches:

- Partir de formes de base (primitives)
- Les combiner avec des opérations booléennes:
  - Intersection
  - Union
  - Complément
  - OU exclusif



III – Créer la 3D

2 façons:

Nuages de point à partir du monde réel

- Scanners Lidar
- Photogrammétrie

Modélisation 3D (design)

- Conception d'objets, bâtiments, véhicules,...
- Film d'animation
- Jeu vidéo

Géométrie d'acquisition:

Scanner laser

- Centre fixe, 2 angles → carte de profondeur sphérique. Résolution angulaire constante
- Centre mobile, 1 angle (plan) : anisotropie due à la vitesse et aux rotations
- Centre mobile, 2 angles (robotique) : anisotropie due à la vitesse
- Cartes de profondeur (corrélation ou capteurs RGB-D). Résolution angulaire constante.

Géométrie d'acquisition:

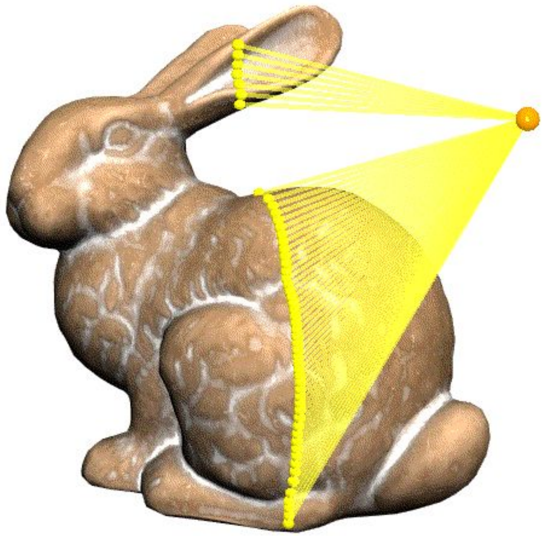
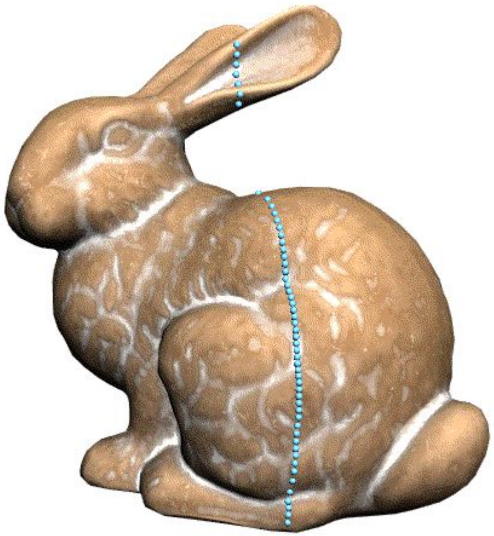
- Centre mobile, 1 angle (plan) : anisotropie due à la vitesse et aux rotations

Géométrie d'acquisition:

- Centre mobile, 1 angle (plan) : anisotropie due à la vitesse et aux rotations

Géométrie d'acquisition:

- Centre mobile, 1 angle (plan) : anisotropie due à la vitesse et aux rotations

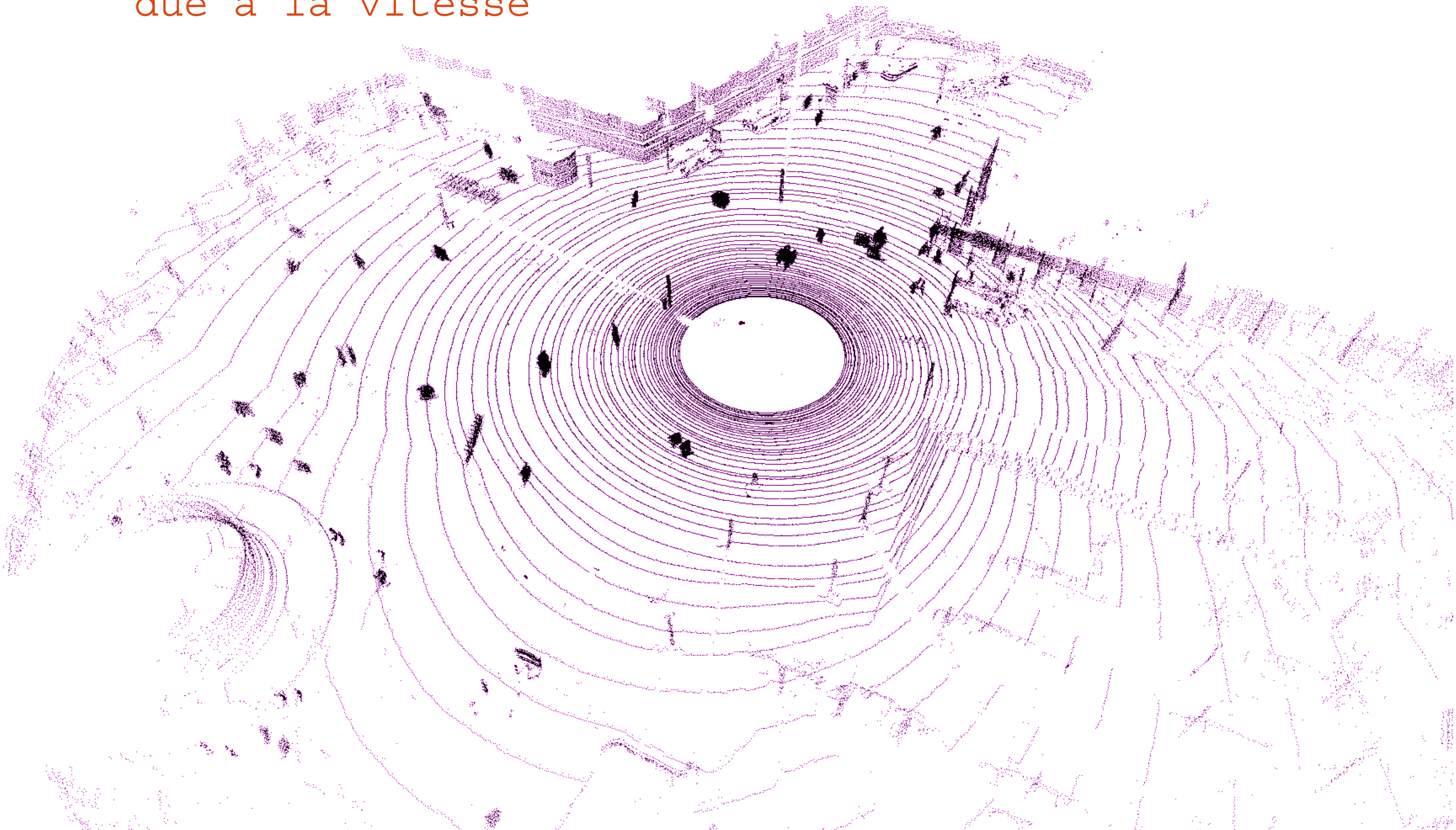



Géométrie d'acquisition:

- Centre mobile, 2 angles (robotique) : anisotropie due à la vitesse

Géométrie d'acquisition:

- Centre mobile, 2 angles (robotique) : anisotropie due à la vitesse

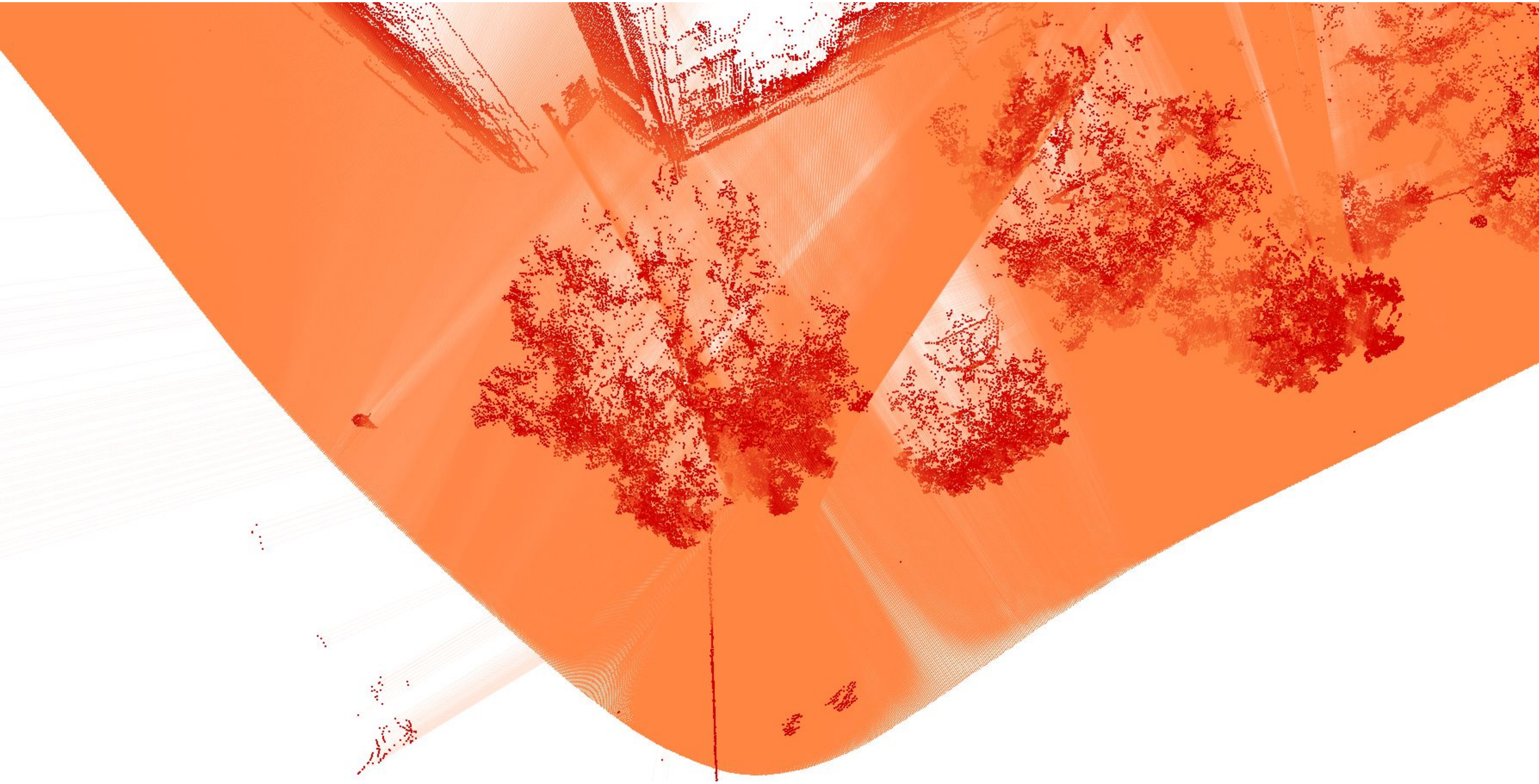


Echantillonage:

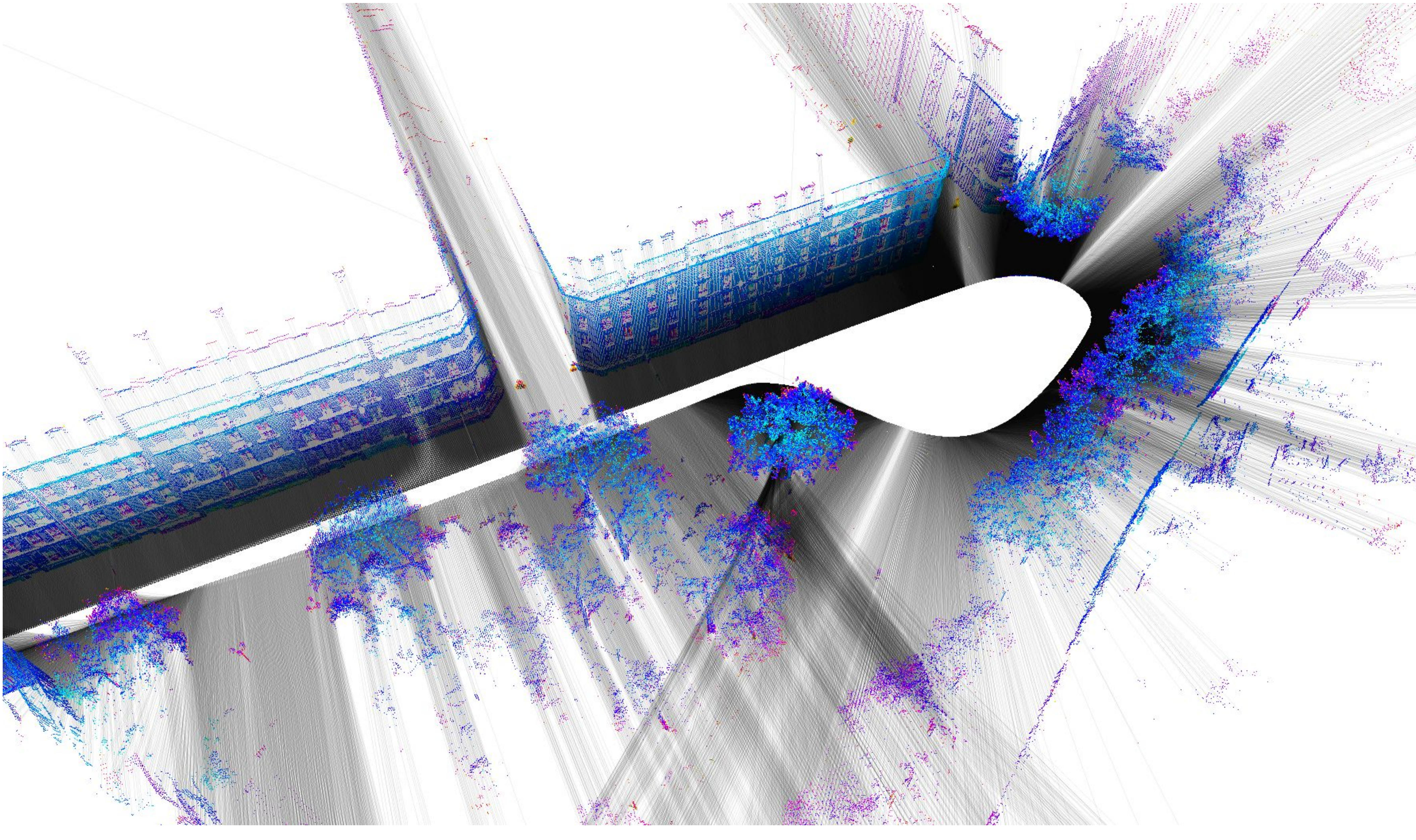
- Résolution angulaire fixe : la distance entre points voisins dépends de la distance et de l'angle surface/rayon

- Scanner mobile :
- En translation : résolution inversement proportionnelle à la vitesse
- En rotation : comme ci-dessus + dépendance à la vitesse de rotation
- Combinaison : très complexe (rebroussements)

Echantillonage:



Echantillonage:

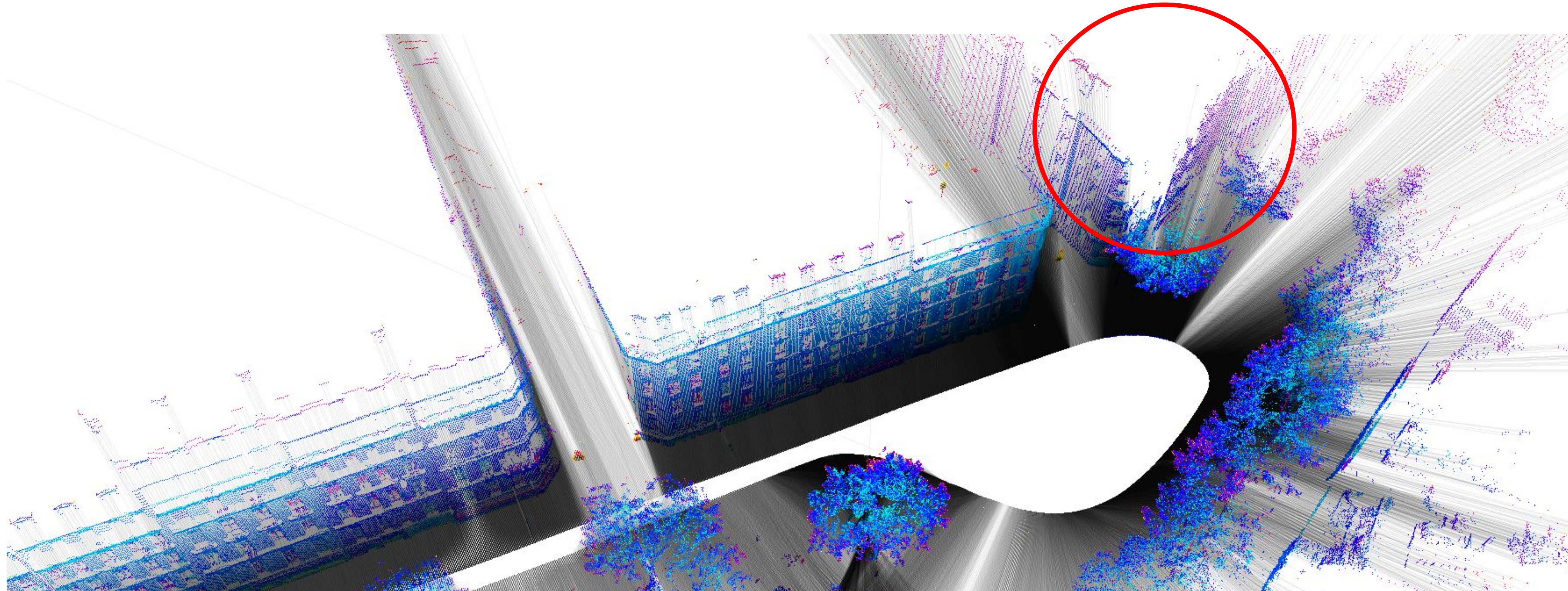


Echantillonnage et niveau de détail:

- Le niveau de détail définit une fréquence géométrique au même sens qu'un signal
- Le théorème de Shannon s'applique donc à une acquisition de géométrie : les fréquences supérieures à la moitié de la fréquence d'échantillonnage sont perdues
- Scanner un arbre est une cause perdue
- Impact fort sur la reconstruction qui cherche à interpoler la surface entre les points

Occultations:

- Occultation = partie visible non vue. Causes :
  - Pas de prise de vue sous le bon angle (oubli ou impossibilité physique ou négligeable)
  - Acquisition partielle d'un (grand) objet



Normale = direction normale à la surface

- Utiles pour le rendu, l'analyse, la reconstruction…
- Aucun dispositif ne donne la normale (à calculer)
- Calcul de normale = analyse du voisinage :
    - Nombre de (plus proches) voisins
    - Sphère de rayon fixe
    - Rayon adaptatif
    - Topologie capteur
- Analyse en Composantes Principales sur le voisinage (Estimation d'un plan aux moindres carrés) donnent l'orientation
- Le centre optique ou la topologie capteur ou des algorithmes de propagation permettent de résoudre l'ambiguïté sur la direction

Bruit et outliers:

Bruit : dépend

- (laser) de la précision de la mesure laser
- (image) du B/H et de la précision de la corrélation

Outliers :

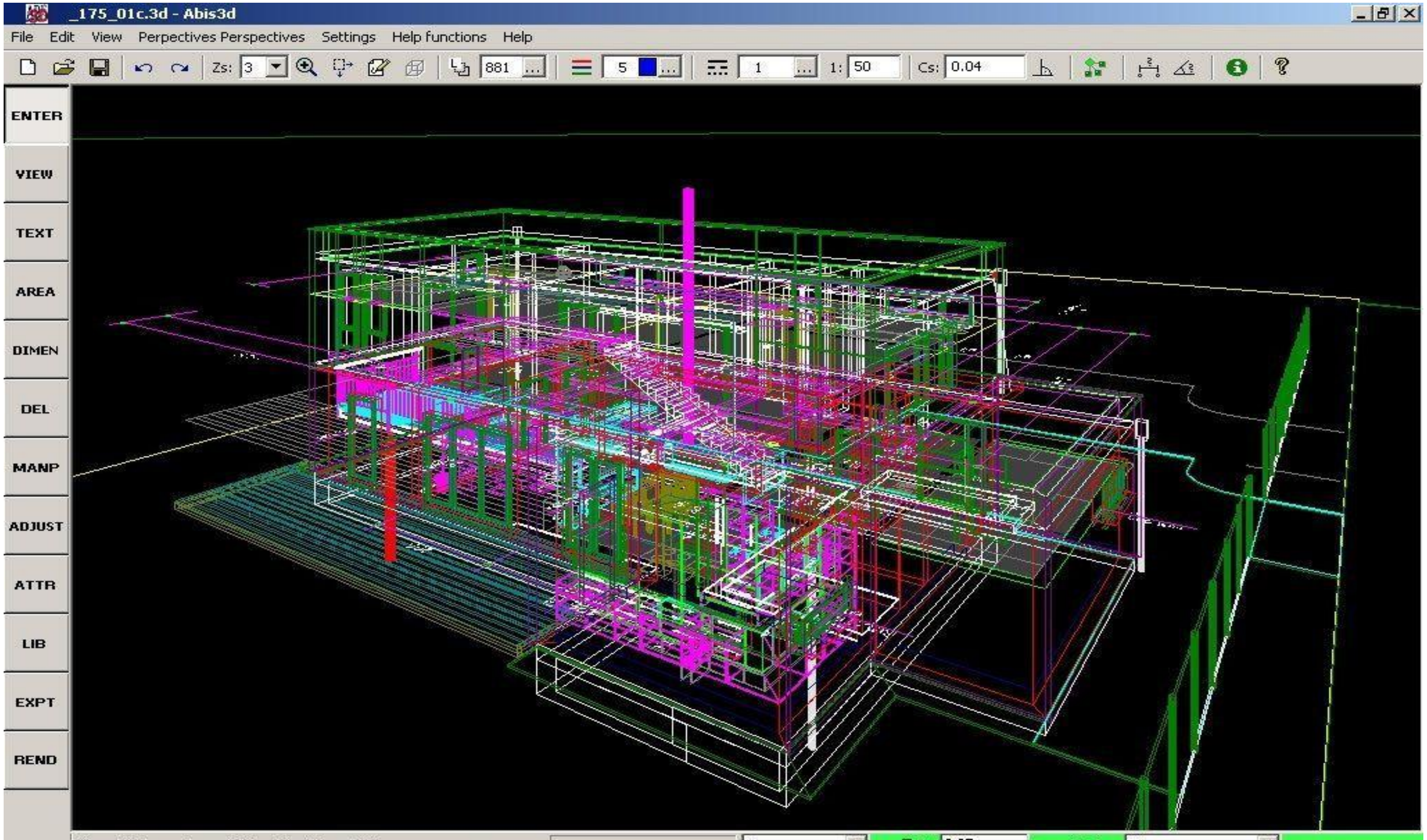
- (laser) Géométrie complexe à l'intérieur du cône laser
- Particularités de la scène (petits trous,…)
- (image) Mauvaise corrélation

Modeleurs

Produisent:

- Maillages triangulés ou quads
- CSG

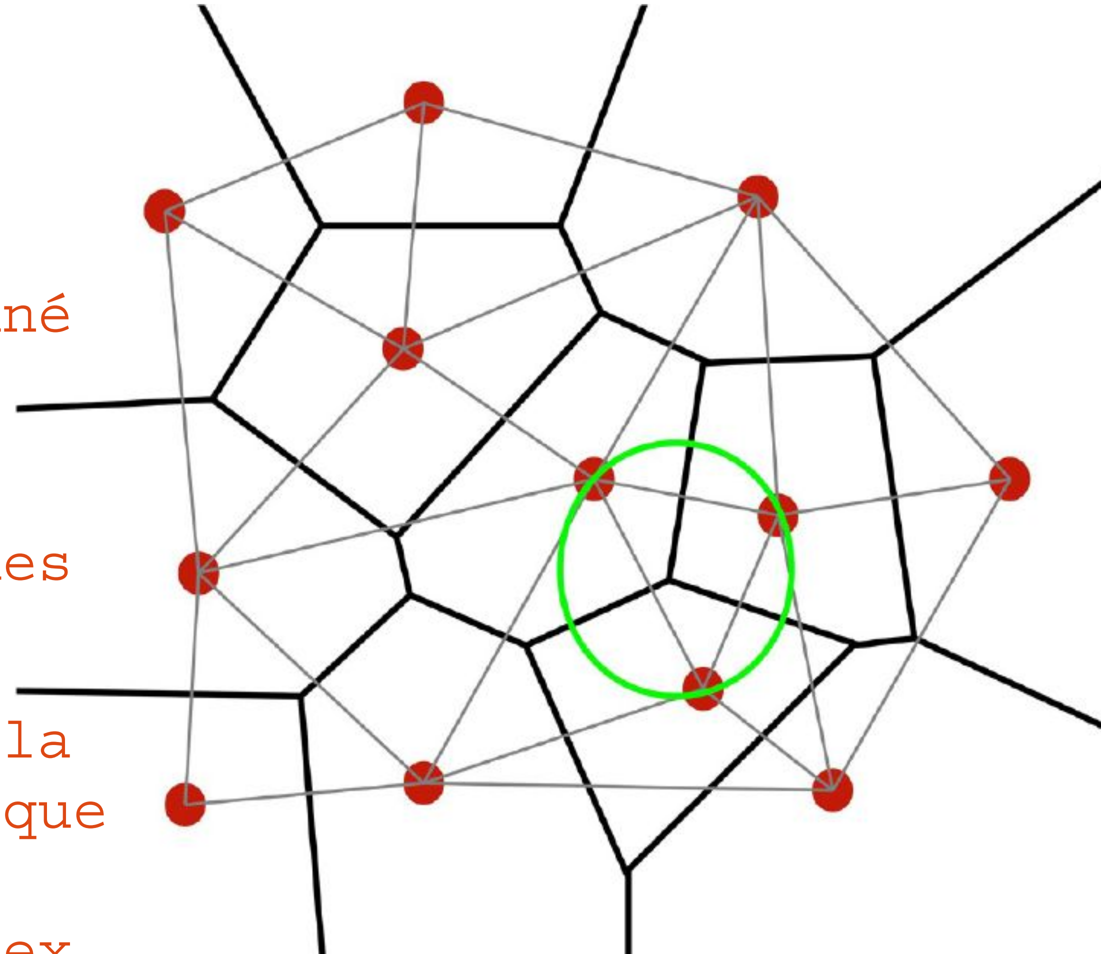
- Peuvent utiliser des données d'acquisition



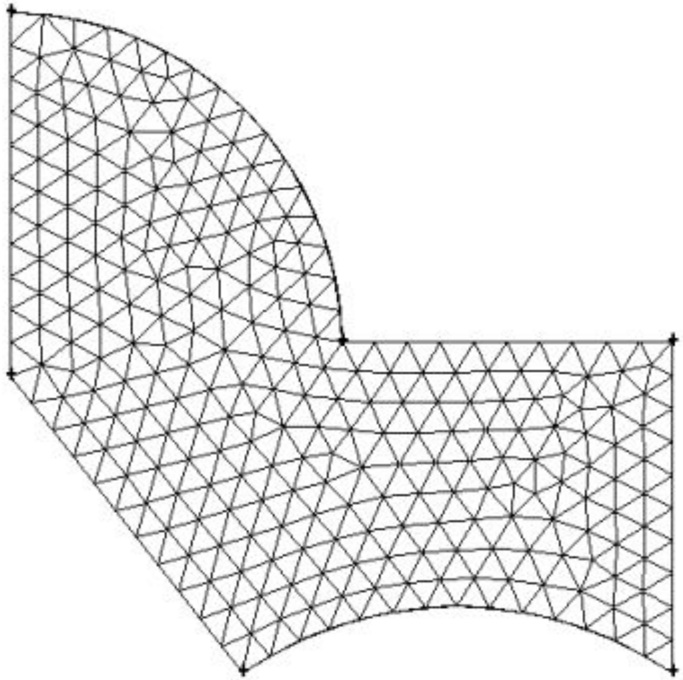
IV – Traiter la 3D

Comment créer des triangles/tétraèdres de façon optimale à partir de vertices ?

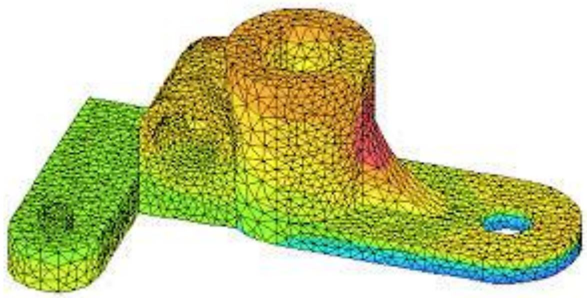
- Problème topologique
- Diagramme de Voronoï : découper l'espaces en cellules de Voronoï = ensemble de points plus proches d'un simplexe donné que des autres
- Relier les points en fonction de l'adjacence des cellules
- Garantit que le cercle (la sphère) circonscrit à chaque triangle (tétraèdre) ne contient pas d'autre vertex



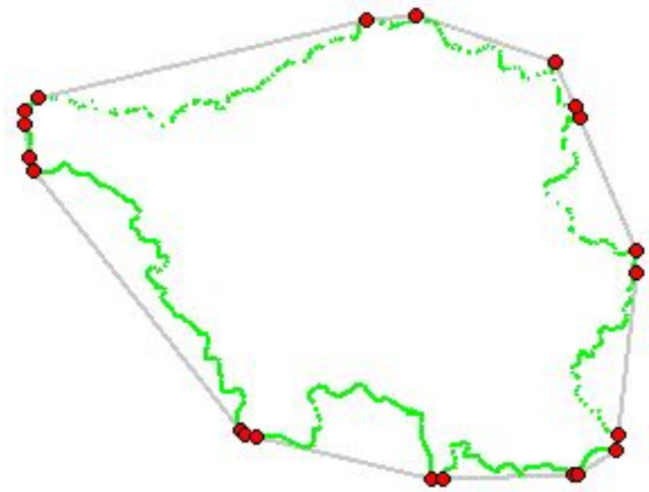
Etant donné une forme (sous-ensemble de l'espace), comment la découper en triangles/tétraèdres:

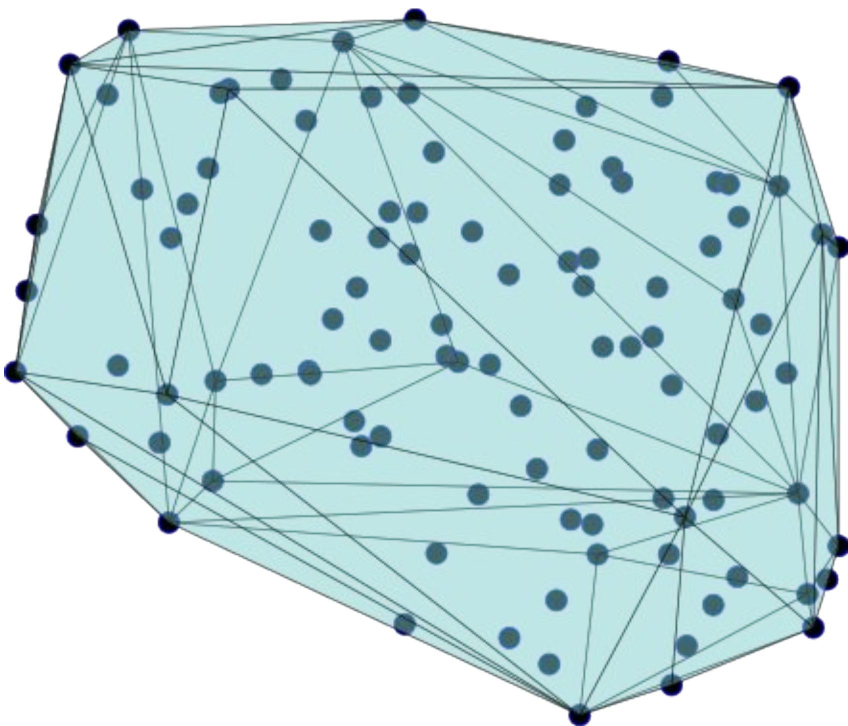


- Problème courant en simulation
- Générer des points au hasard dans la forme ET sur son bord.
- Générer la triangulation de Delaunay de ces points restreinte à la forme
- Améliorer la qualité du maillage (bonne forme des triangles) en :
  - Ajustant les positions des points
  - Insérant des nouveaux points



Enveloppe convexe d'une forme (sous ensemble) :

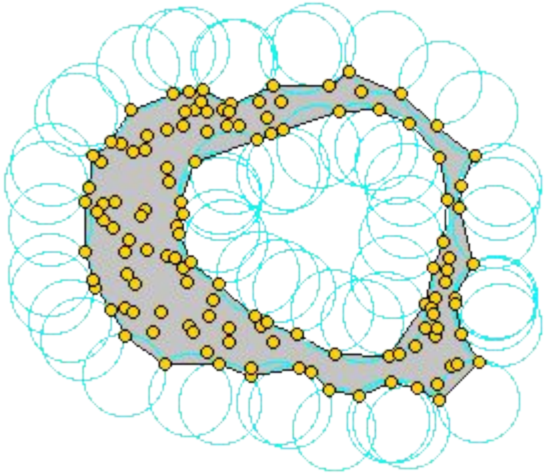




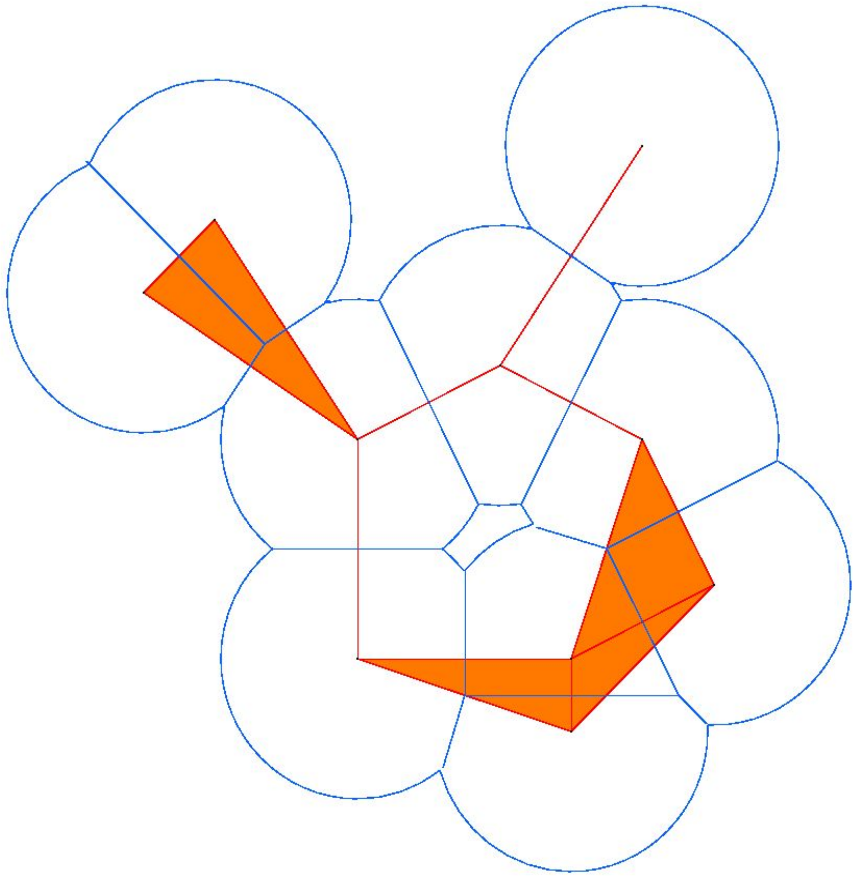
- Ensemble des points qui peuvent s'exprimer comme combinaisons linéaires de points de la forme
- Ensemble de points appartenant à un segment reliant deux points de la forme
- Ensemble des points n'appartenant à aucun demi-espace n'intersectant pas la forme
- Intersection de tous les demi-espaces contenant entièrement la forme
- Le bord extérieur d'une triangulation de Delaunay

Alpha shapes

Généralisation de l'enveloppe convexe ajoutant un facteur d'échelle (alpha) :



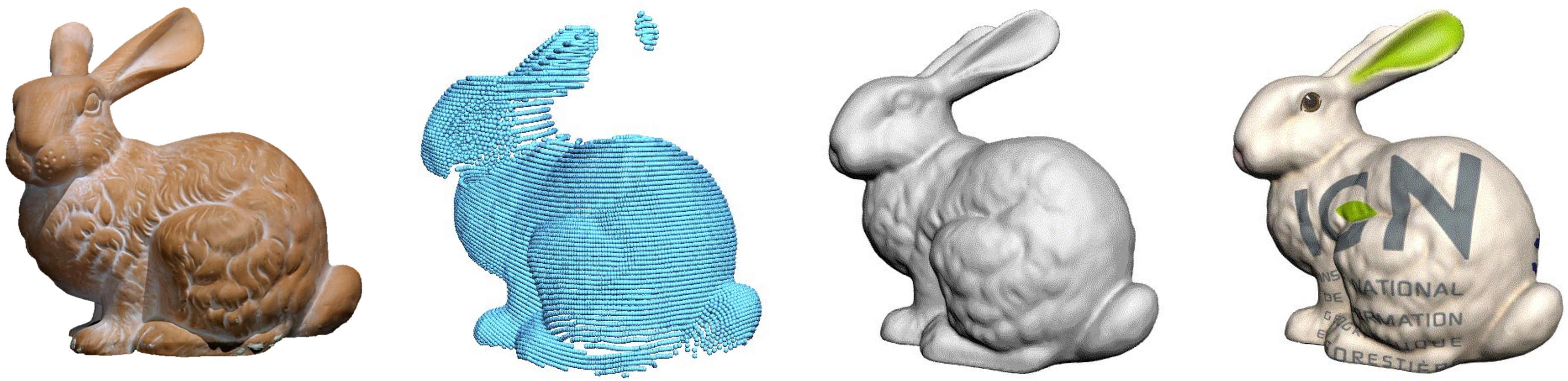
- Ensemble des simplexes d'une triangulation de Delaunay dont le rayon du cercle (sphère) circonscrit est < alpha
- = enveloppe convexe quand alpha → infini
- = nuages de points quand alpha → 0
- Complexe simplicial entre les deux



Reconstruction de surface

Quoi ?

- Créer une surface triangulée à partir d'un nuage de points 3D
- Ce n'est pas du maillage car on produit un objet de dimension < à celle de l'espace ambiant
- Beaucoup plus difficile mais très utile en pratique



Pourquoi ?

- Le monde est continu (à notre échelle), un nuage de point est discret.
- Nécessité de connaître l'interface entre le vide (transparent) et le plein (opaque)
- Donc de savoir interpoler cette surface entre ses points connus
- Étape intermédiaire vers des traitements (recalage, interprétation, …)
- Étape intermédiaire vers des représentations géométriques plus structurées
- Vraie 3D (pas de limite aux surfaces 2.5D)

Critères:

Une infinité de surfaces passe par les points.

Il faut utiliser:

- des a priori sur le nuage de points en entrées
- des contraintes sur la surface produite
- pour définir la meilleure surface pour chaque application.

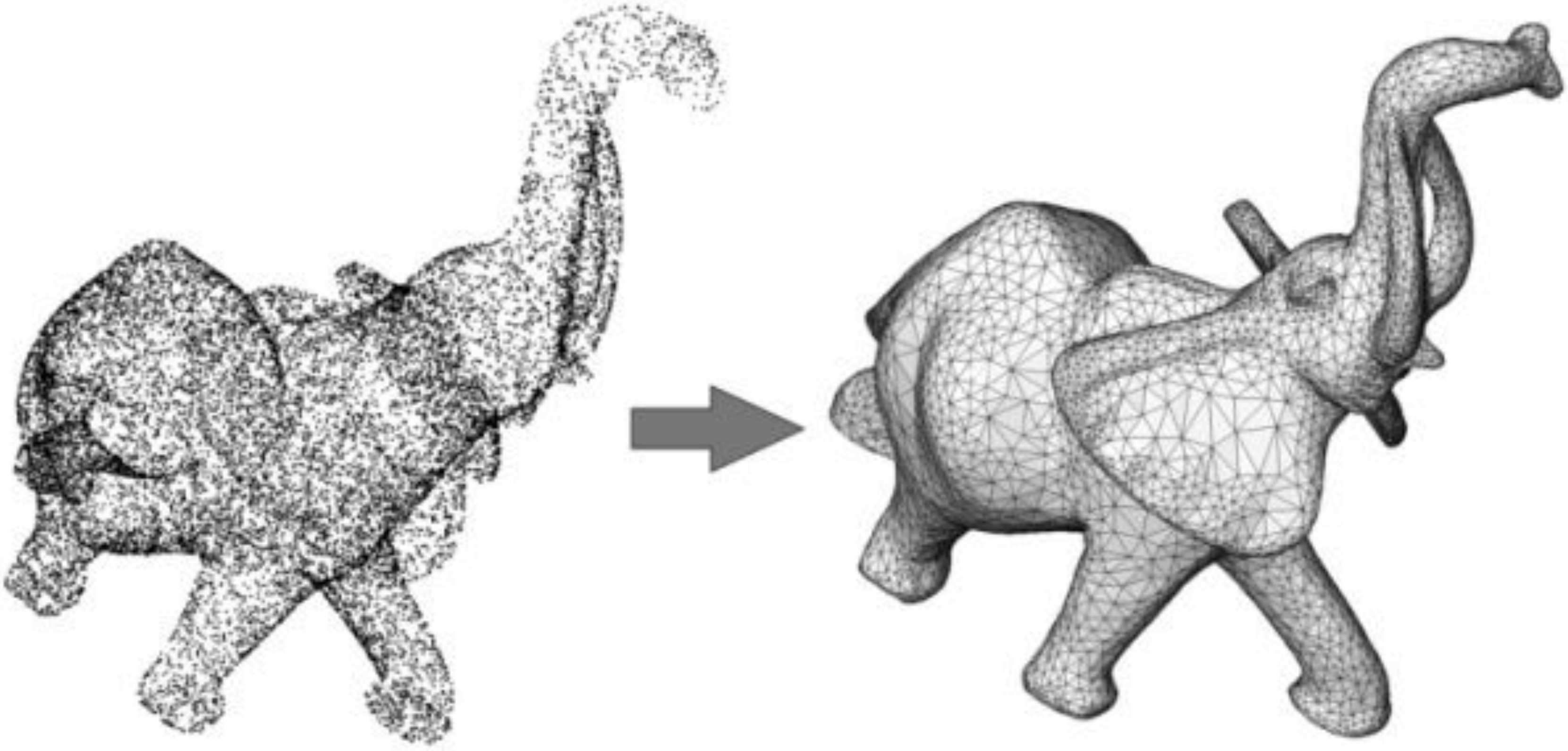
- Les sommets sont des points du nuage
- Autoriser les trous ?
- Robustesse au bruit
- Robustesse aux outliers

A priori géométriques de la surface:

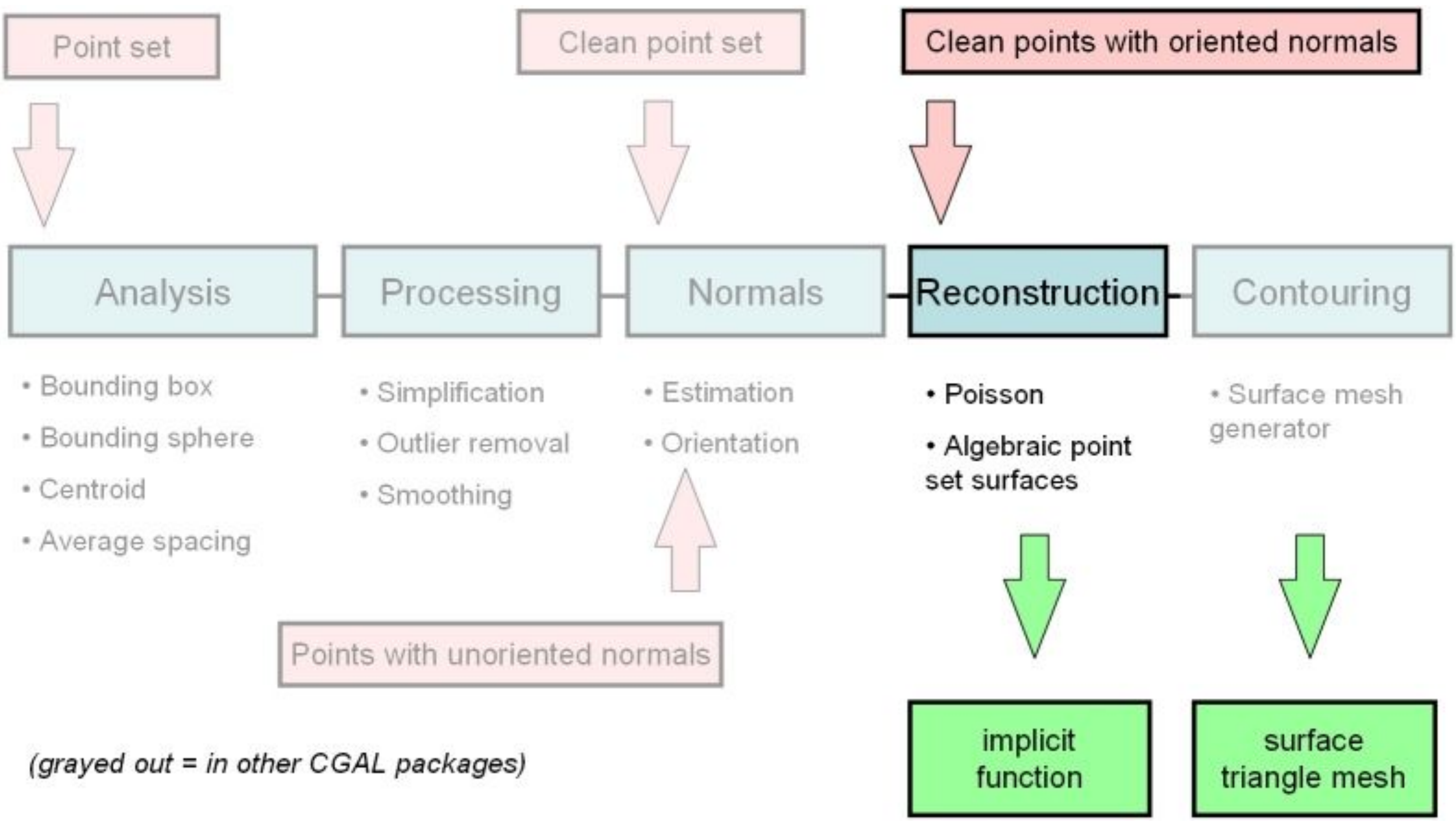
- Objets anthropiques (objets manufacturés, architecture, zones urbaines, intérieur) :
  - Zones plates ou lisses
  - Discontinuités nettes (arêtes)
  - Symétries
  - Répétitions
  - Orthogonalité, parallélisme
- Objets naturels
  - Lisses (terrain)
  - Squelettiques (arbres)

Méthodes les plus populaires:

- Reconstruction de Poisson
- Segmentation d'une triangulation Delaunay

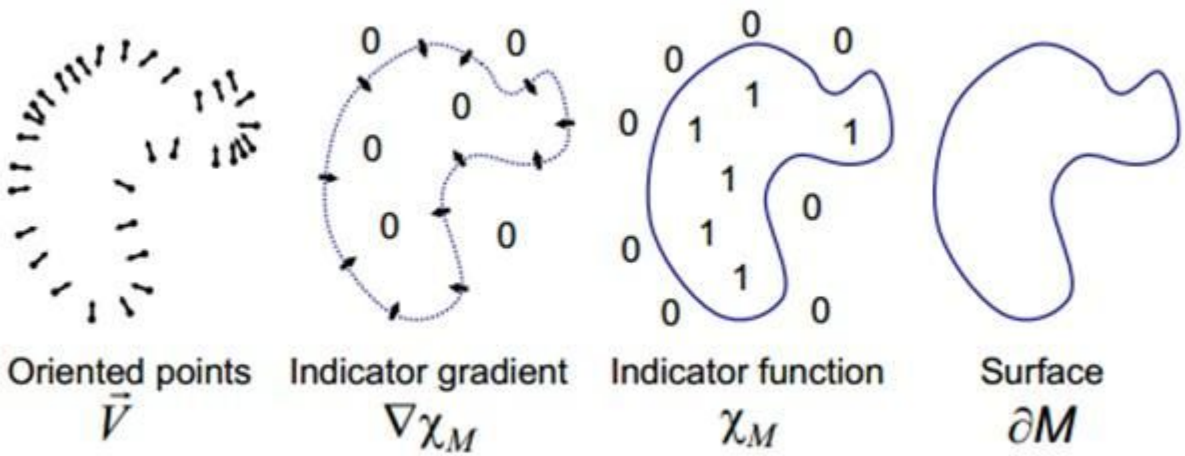


Reconstruction de Poisson



Reconstruction de Poisson

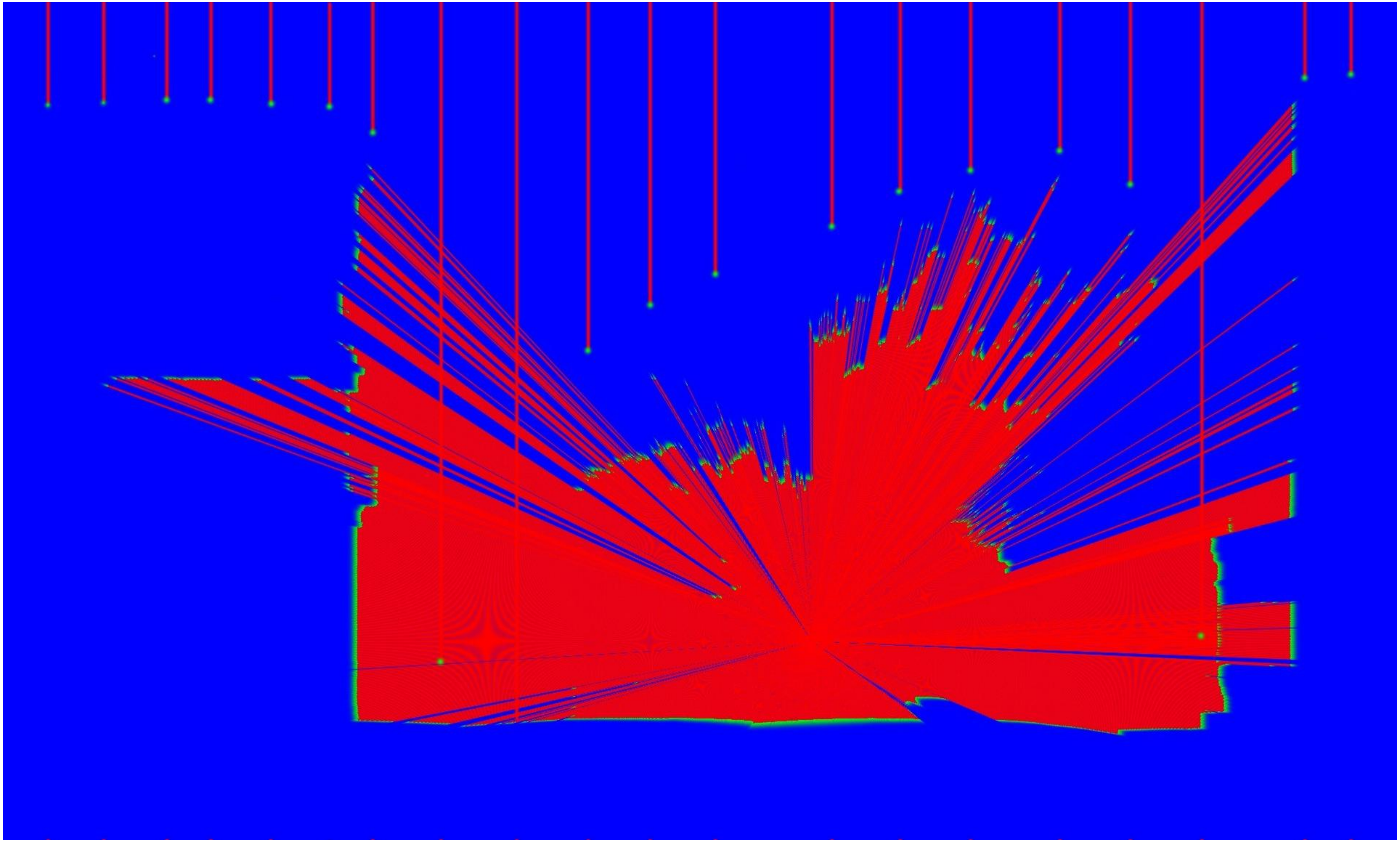
- Nécessite un nuage de points avec des normales
- Définit une fonction indicatrice dans l'espace
- Résout une équation différentielle qui aligne le gradient de cette fonction indicatrice avec les normales



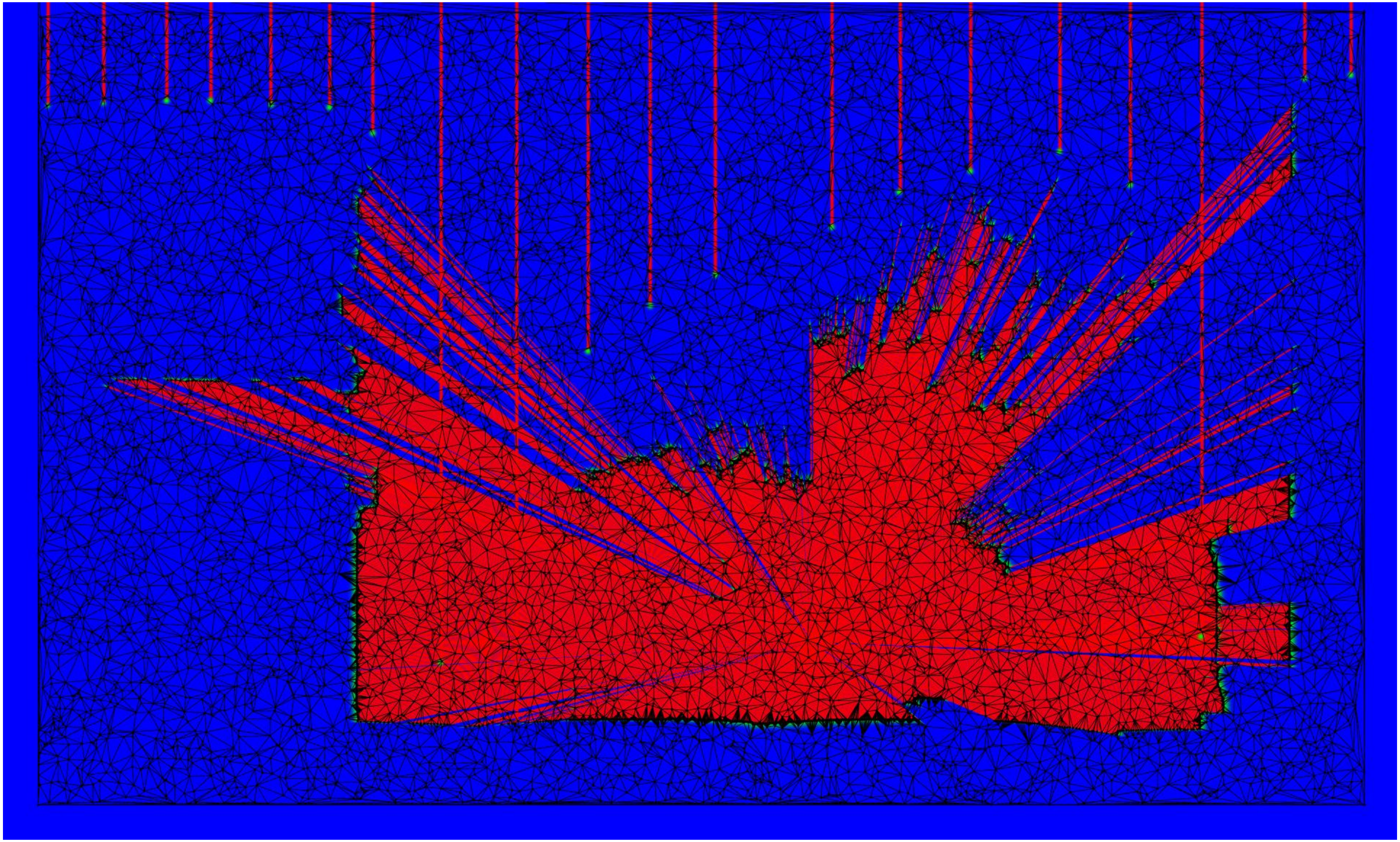
Segmentation d'une triangulation Delaunay

- Triangulation de Delaunay de l'ensemble des points 3D en entrée (les cellules sont des tétraèdres)
- Les cellules traversées par des rayons ont une forte probabilité d'être vides.
- Les autres sont inconnues
- L'optimisation cherche une surface d'aire minimale consistante avec ces informations.
- Résolu par graphe-cuts

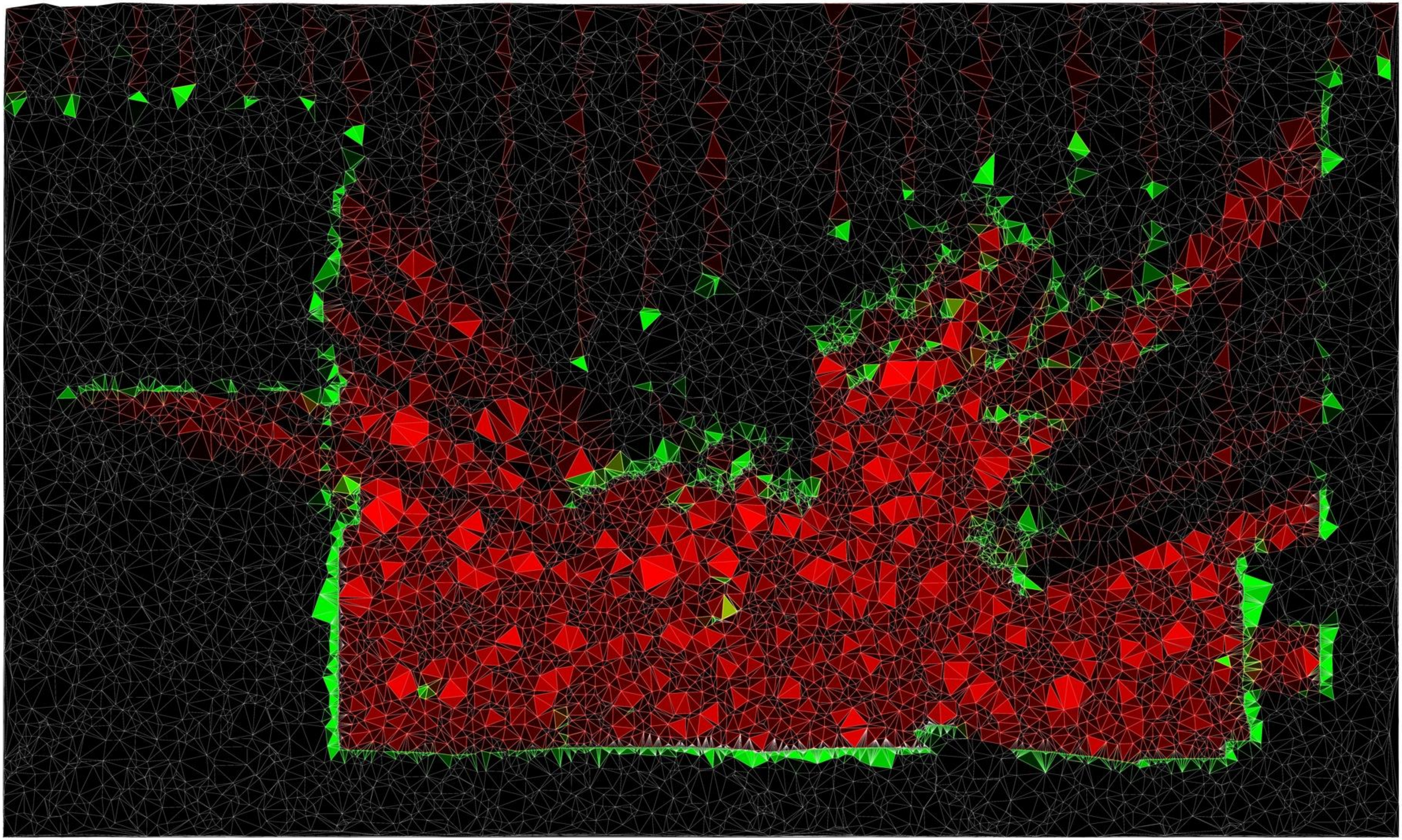
Segmentation volumique: visibilité



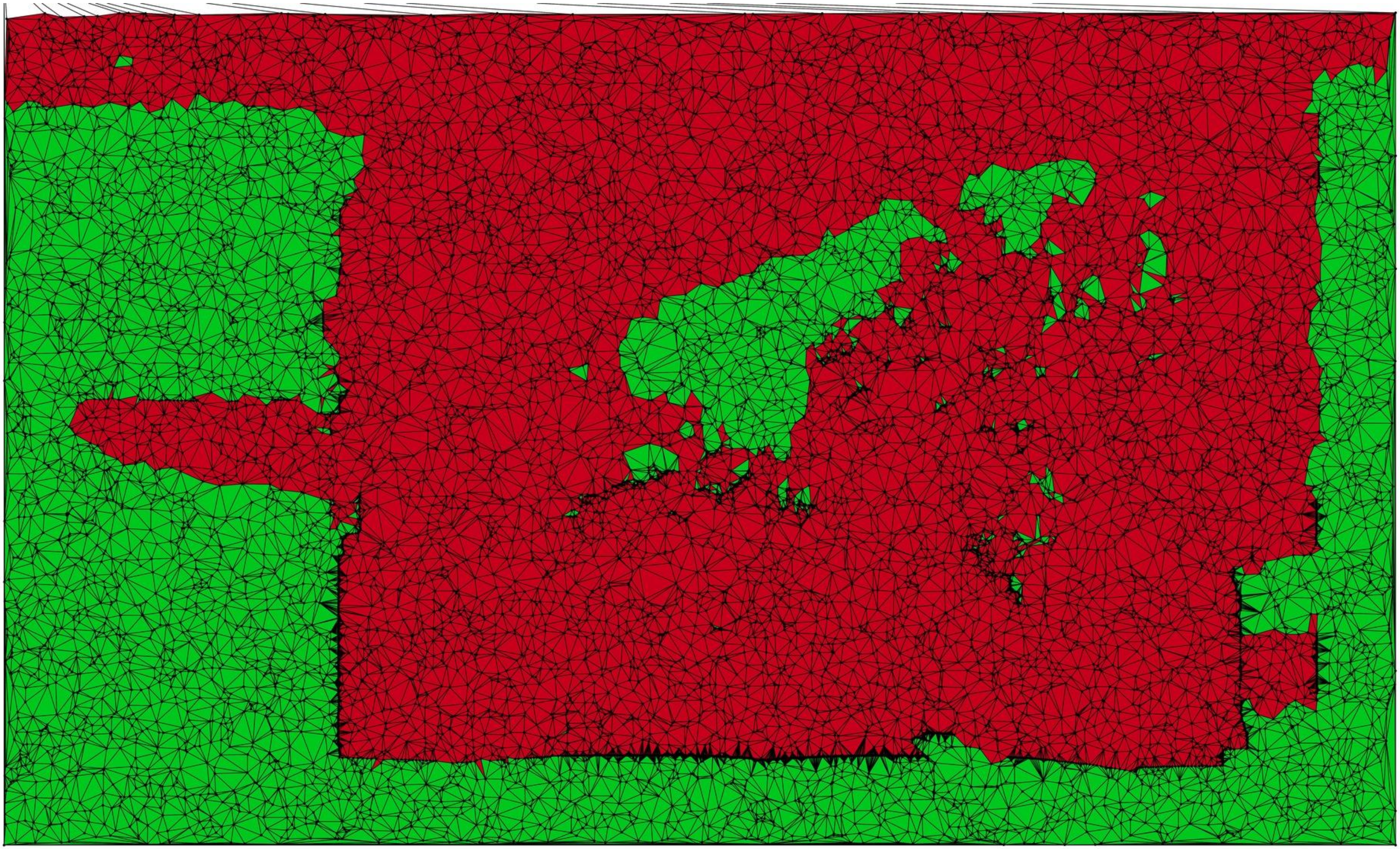
Segmentation volumique: visibilité



Segmentation volumique: visibilité



Segmentation volumique: visibilité



Pourquoi ?

- Un maillage est encore plus lourd qu'un nuage de points
  - Ajoute l'information topologique des triangles
- Plus les surfaces sont régulières, moins on a besoin de triangles pour représenter la même surface (à erreur égale)
- Donc on peut fortement réduire le nombre de triangles sans faire d'erreurs

Edge collapse

- On part de la surface complète
- Pour chaque arête, on construit une hypothèse de contraction en 1 point de façon à minimiser l'erreur
- Approche gloutonne :
  - on contracte l'arête de plus faible erreur
  - on calcule les contractions des nouvelles arêtes
  - on itère tant que la plus faible erreur est en dessous d'un seuil
- Variante : on créé pour chaque arête deux hypothèse (contraction en l'un de ses sommets) → assure que l'ensemble des sommets résultants est un sous ensemble de l'ensemble des sommets initiaux
- Implémenté avec une file de priorité.

Edge collapse

Texturation

Qu'est ce que c'est ?

- Coller un morceau de texture (image) sur chaque triangle

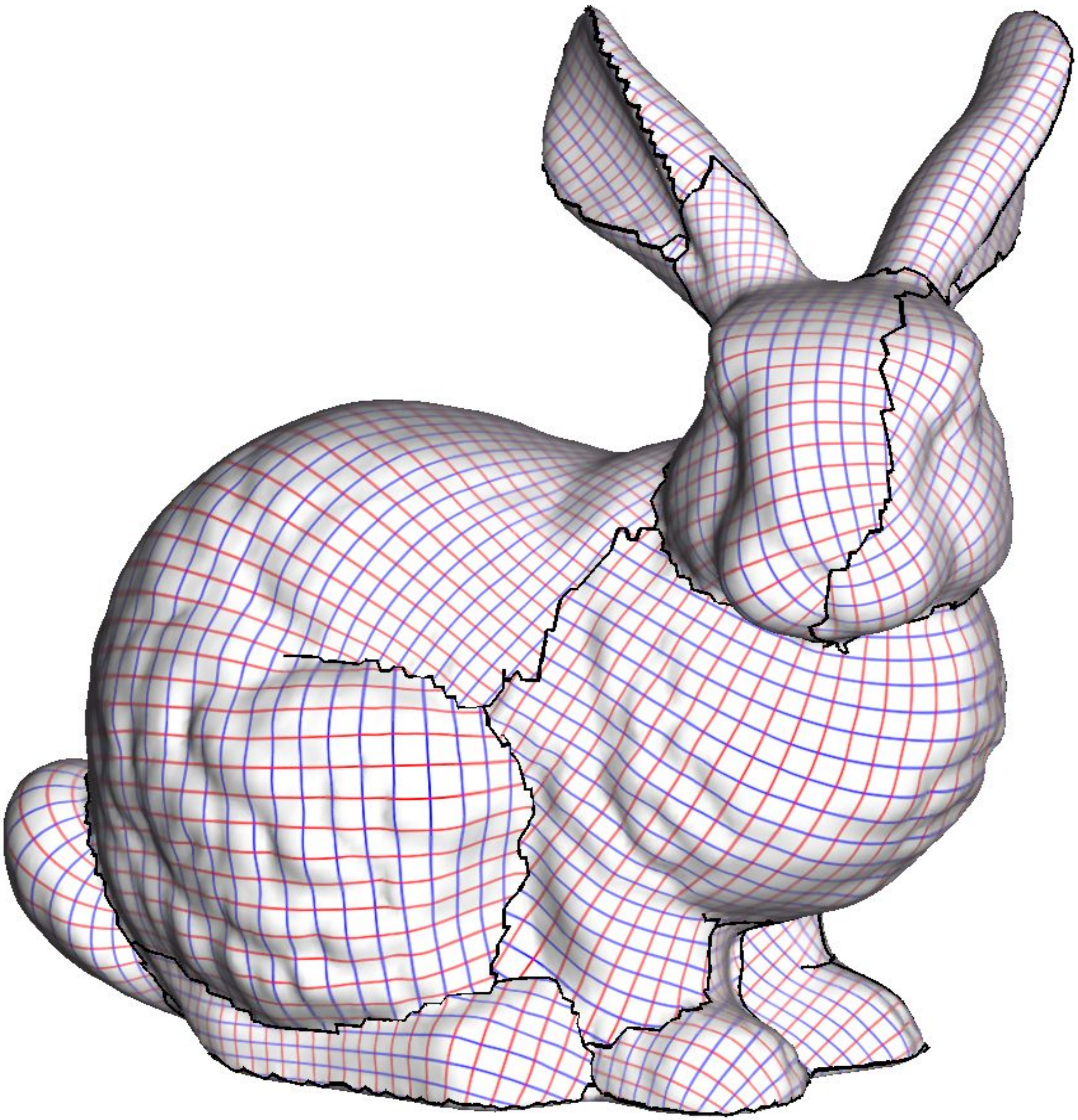
Pourquoi ?

- Visualisation : beaucoup plus facile à interpréter que de la surface seule
- Représentation plus riche pour la sémantisation
- Permet de synthétiser l'information de nombreuses images d'une scène/d'un objet

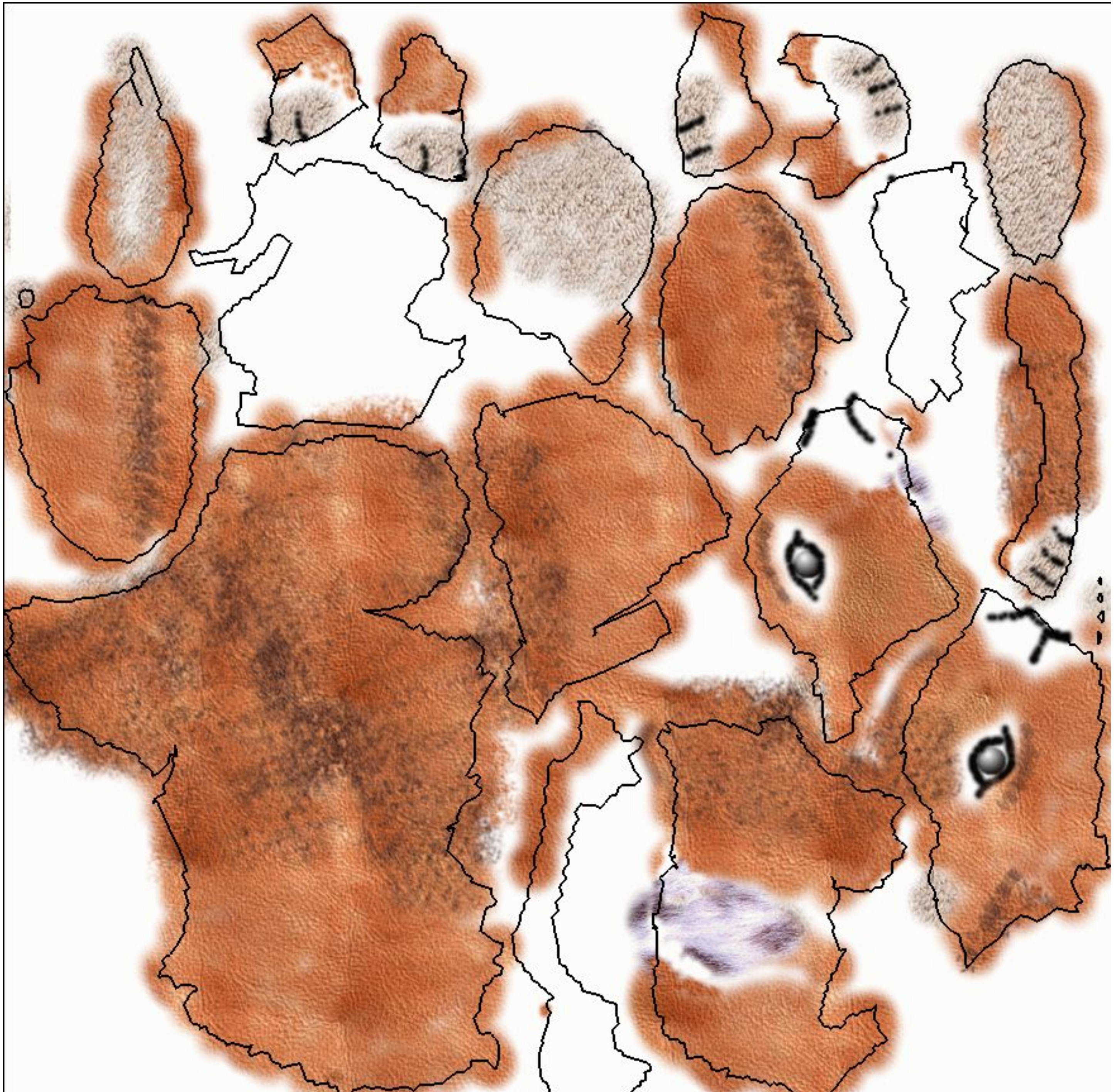
L'atlas de textures

- Les triangles adjacents utilisent souvent des textures provenant de la même image
- A chaque bloc de triangles adjacents utilisant la même image correspond donc un morceau d'image utile
- Les cartes graphiques préfèrent peu de grandes textures plutôt que beaucoup de petites
- Les morceaux sont regroupés dans des grandes textures : les atlas

Texturation



Texturation



Texturation

Comment ?

- On parle ici du cas où l'on a des images orientées correspondant au maillage (qui ont servi ou non à le construire)
- Le problème est de déterminer quelle image sert à texturer chaque triangle
- Deux objectifs
  - Maximiser la qualité : par exemple résolution de l'image projetée sur le triangle
  - Minimiser la longueur des raccords
- Problème de labellisation
- Résolu par alpha-expansion (généralisation des graph-cut à plus de deux labels)

VI - Conclusion

Conclusion

- Les surfaces triangulées permettent de représenter n'importe quelle surface (pas seulement 2.5D)
- Très étudiées en informatique graphique car utilisées dans :
  - Les jeux vidéos
  - Les films d'animation
- De très nombreuses techniques existent pour les traiter et les visualiser
- Encore peu exploitées en information géographique mais les principaux acteurs s'y mettent (Google)
- Niveau de structuration plus haut que le nuage de points = données intermédiaire utile

Conclusion

Questions ???

Questions

1) Qu'est ce qu'un 3-simplexe ?

2) Vers quoi pointe un halfedge ?

3) Quels sont les avantages/inconvénients d'un octree par rapport à un kd-tree ?

4) Comment garantir qu'une surface est étanche ?

5) A quoi sert une normale ?

6) Si deux points sont reliés dans une triangulation de Delaunay, que peut on dire de leurs cellules de Voronoï associées ?

7) Quel est le résultat d'un alpha shape sur un nuage de points si alpha=0 ?

8) Quels sont les deux objectifs (antagonistes) d'une décimation ?

Envoyez les réponses à bruno.vallet@ign.fr