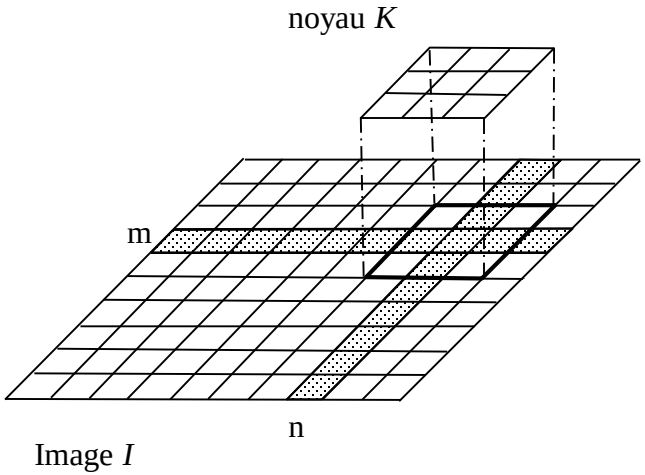
Filtrage spatial

pierre-louis.frison@u-pem.fr

Convolution spatiale

$$R(m,n) = I * K(m,n) = \sum_{i=m-p}^{m+p} \sum_{j=n-q}^{n+q} I(m-i, n-j)\, K(i, j)$$



I(m-1, n-1)	*I(m-1, n)*	*I(m-1, n+1)*
I(m, n-1)	*I(m-1, n)*	*I(m-1, n+1)*
I(m+1, n-1)	*I(m-1, n)*	*I(m-1, n+1)*

*

K(-1, -1)	*K(-1, 0)*	*K(-1, 1)*
K(0, -1)	*K(0, 0)*	*K(0, 1)*
K(1,-1)	*K(1, 0)*	*K(1, 1)*

Image

I_1	I_2	I_3
I_4	I_5	I_6
I_7	I_8	I_9

*

Noyau

K_1	K_2	K_3
K_4	K_5	K_6
K_7	K_8	K_9

$$résultat = \sum_{i=1}^{9} I_i \,.\, K_i$$

Convolution spatiale

Exemple:

10	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10
10	10	100	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	60	10	10
10	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10

coefficient pondérateur
préservant la luminosité

$* \frac{1}{9}$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

$=$

20	20	20	10	10
20	20	20	10	10
20	20	25	15	15
10	10	15	15	15
10	10	15	15	15

Autre exemple:

0	0	0	10	10	10	10
0	0	0	10	10	10	10
0	0	0	10	10	10	10
0	0	0	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10

$*$

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

$=$

0	30	30	0	0
0	30	30	0	0
0	20	20	0	0
0	10	10	0	0
0	0	0	0	0

filtres « passe-bas »

moyenne

$\frac{1}{9}$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

$\frac{1}{10}$

1	1	1
1	2	1
1	1	1

plus de poids au pixel central

$\frac{1}{16}$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

privilégie directions horiz. & verticales

adoucissent l'image (réduisent fluctuations de niveau de gris)
préservent basses fréquences
Introduisent flou sur les bords des objets

Filtre médian

65	96	223
10	76	125
187	92	78

valeur médiane

10; 65; 76; 78; 92; 96; 125; 187; 223

adoucissent l'image (réduisent fluctuations de niveau de gris)
flou moins important que filtre « moyenne »
Adapté pour bruit de type poivre-sel

Exemples de filtres « passe-bas »

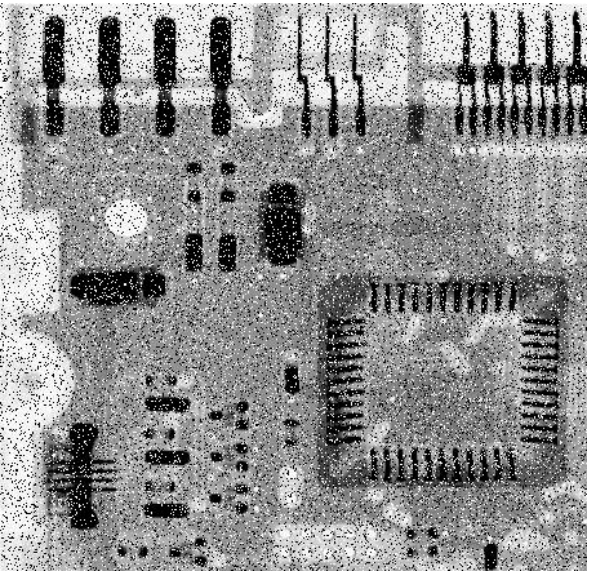
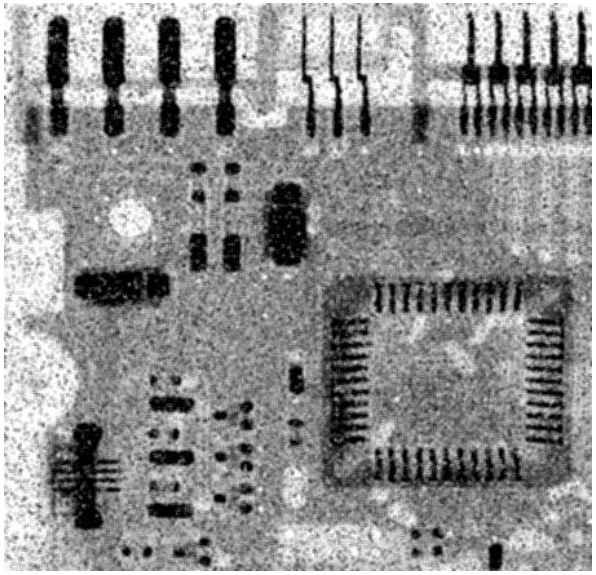
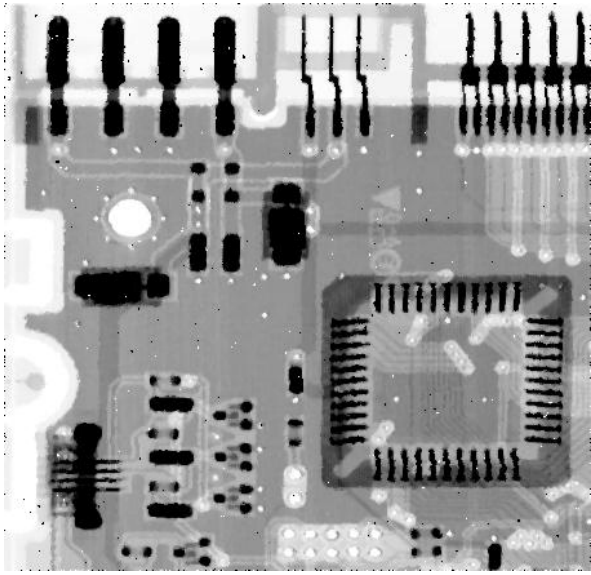


Image originale



Filtre « moyenne » 3x3



Filtre médian 3x3

Source: Gonzalez & Woods

filtres « passe-haut »

$f'(x) = f(x+1) - f(x)$

Filtres directionnel

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

-1	-1	0
-1	0	1
0	1	1

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

Gradient directionnel de Sobel

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

Laplacien

$f''(x) = f(x+1) + f(x-1) - 2\,f(x)$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

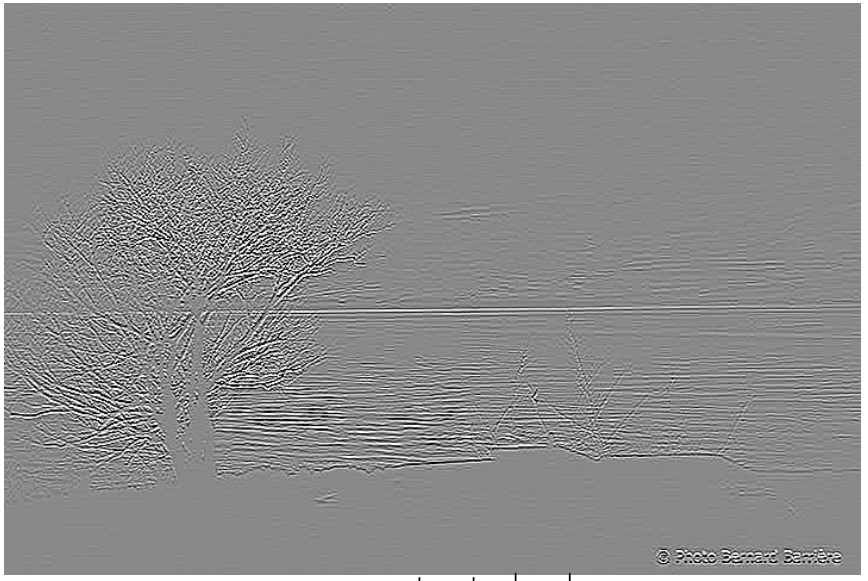
0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

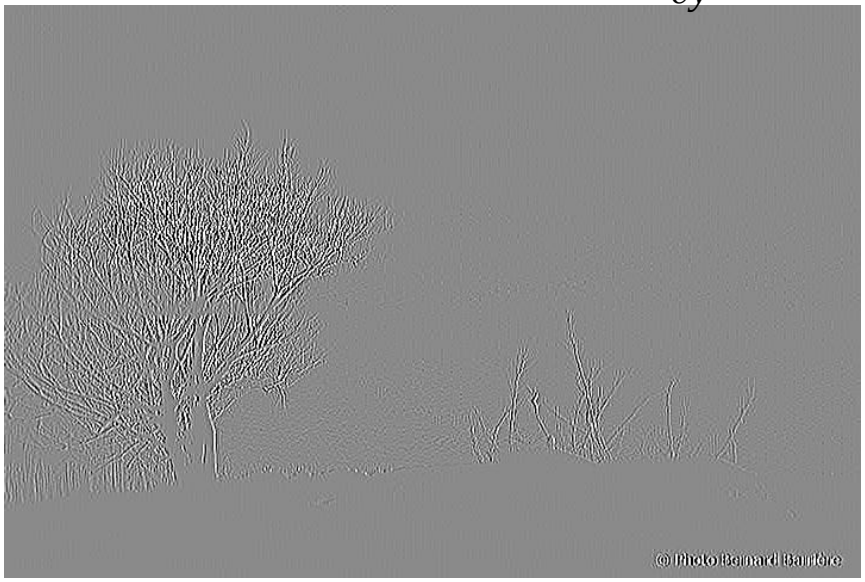
filtres « passe-haut »

Image originale

Filtre Sobel directionnel hor.: $\frac{\partial f}{\partial x}$



Filtre Sobel directionnel vertical: $\frac{\partial f}{\partial y}$



$\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|$

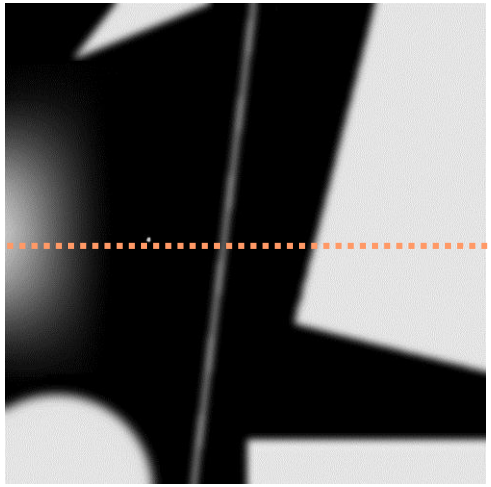
filtres « passe-haut »

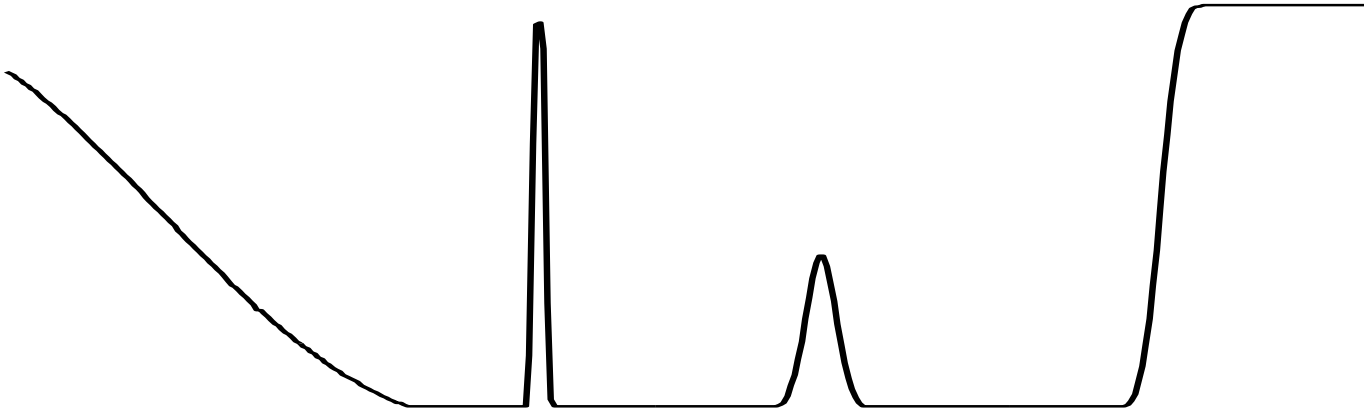
Filtre de Sobel: $\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|$

Filtre laplacien

|Filtre laplacien|

Comparaison entre f'(x) et f''(x)





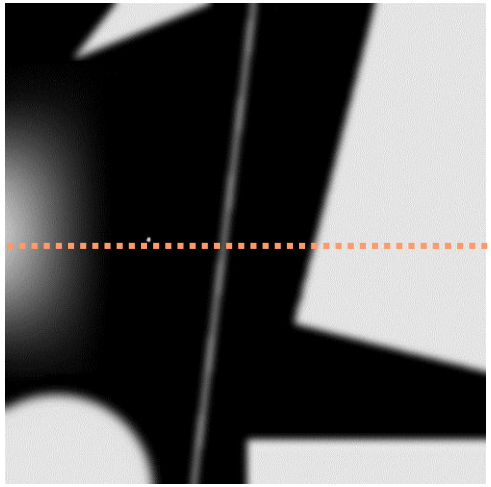
f(x)

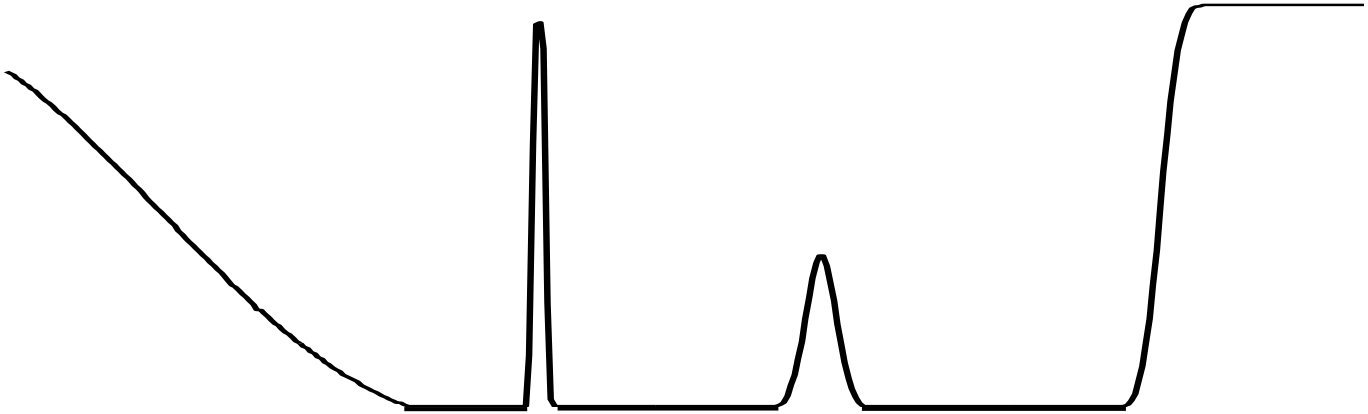
5	5	4	3	2	1	0	0	0	6	0	0	0	0	1	3	1	0	0	0	0	7	7	7	7

f'(x) = f(x+1) – f(x)

f''(x) = f(x+1) +f(x-1) - 2 f(x)

Comparaison entre f'(x) et f''(x)





f(x)

5	5	4	3	2	1	0	0	0	6	0	0	0	0	1	3	1	0	0	0	0	7	7	7	7

f'(x) = f(x+1) – f(x)

	-1	-2	-2	-2	-2	-1	0	6	0	-6	0	0	1	3	0	-3	-1	0	0	7	7	0	0	

f''(x) = f(x+1) +f(x-1) - 2 f(x)

	-1	0	0	0	0	1	0	6	-12	6	0	0	1	1	-4	1	1	0	0	7	-7	0	0	

f''(x): contours plus fins
plus efficace sur points isolés